6e JAARGANG
NUMMER 7

JULI
1939

DE INGENIEUR IN NEDERLANDSCH-INDIË

Orgaan der Groep Ned.-Indië van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs,
Maandblad gewijd aan de Techniek en Wetenschap in Ned.-Indië,
waarin opgenomen
De Waterstaats-Ingenieur, opgericht in 1913
en
De Mijningenieur, opgericht in 1919.

Commissie van Toezicht:
jhr. ir. H. S. van Lennep,
ir. W. Holleman,
ir. F. M. Ch. Berkhout.

Commissie van Redactie:
Voorzitter: prof. ir. C. G. J. Vreedenburgh;
Leden: ir. G. Meesters,
dr. ir. Tan Sin Hok.

Prijs per jaargang: *f* 20,— Afzonderlijke nummers: *f* 2,—

Redactie-adres (zonder vermelding van persoonsnamen): Hoogeschoolweg 3, Bandoeng.
Adres voor administratie en abonnementen: Bragaweg 38, Bandoeng.
Adres voor advertenties: Firma G. Kolff & Co., Batavia-Centrum.

I. ALGEMEEN GEDEELTE.

INHOUD: De berekening van elastisch-symmetrische raamliggers met behulp van de vereffeningsmethode van Cross, door ir. O. Bax Stevens. — *Berichten van allerlei aard:* Octrooien. — *Boekbespreking.* — *Ontvangen geschriften.* — *Personalia.* — *Koninkl. Inst. v. Ingenieurs:* Bestuursmededeelingen.

De berekening van elastisch-symmetrische raamliggers met behulp van de vereffeningsmethode van Cross

door

ir. O. BAX STEVENS,

Beroepsassistent voor Mechanica aan de Technische Hoogeschool te Bandoeng.

Korte inhoud.

Onder een elastisch-symmetrischen raamligger wordt verstaan een raamligger waarbij in ieder veld de beide randstaven een zelfde stijfheid $\frac{EI}{l}$ hebben. De stijfheden der randstaven in verschillende velden behoeven niet dezelfde te zijn.

Elastisch-symmetrische raamliggers hebben de eigenschap, dat de buigende momenten in de bovenrandstaven dezelfde zijn als in de onderrandstaven, terwijl in het midden van iederen stijl een moment-nulpunt optreedt. Voorts zullen de moment-nulpunten in den linker en rechter stijl van een veld zich ten opzichte van elkaar niet verplaatsen in de richting van hun verbindingslijn. Deze eigenschappen zijn onafhankelijk van het al dan niet bestaan van geometrische symmetrie bij den raamligger.

Na eenige inleidende beschouwingen over vereenvoudigingen in de toepassing der vereffeningsmethode van Cross bij het bestaan van geometrische spiegel- en keersymmetrie, wordt achtereenvolgens de nauwkeurige berekening gegeven van een parallellen raamligger, een raamligger met verschillend gebogen randen en tenslotte een raamligger, waarvan alleen de bovenrand (parabolisch) is gebogen; alles bij belasting van een willekeurig knooppunt van den onderrand. Het verdient aanbeveling deze willekeurige belasting eerst te splitsen in een spiegelsymmetrische en keersymmetrische belasting.

Met de vereffeningsmethode kan dezelfde graad van nauwkeurigheid worden bereikt als bij de oplossing der betrekkelijke vormveranderingsvergelijkingen. De vereffeningen kunnen het best tabellarisch worden uitgevoerd volgens het denkbeeld van prof. ir. R. L. A. Schoemaker. Voor verschillende belastinggevallen behoeven de vasthoudkrachten slechts éénmaal te worden bepaald.

De meening, dat bij raamliggers de buigende momenten in den boven- en onderrand van een veld zich altijd zouden verhouden als de stijfheden der randstaven is onjuist. Dit is alleen het geval wanneer de stijlen oneindig stijf zijn, dan wel elastische symmetrie bestaat.

Synopsis.

By elastically symmetrical frame-truss (V i e r e n d e e l truss) is meant a frame-truss whereby in each panel corresponding chord members have the same stiffness $\frac{EI}{l}$. The stiffnesses of the chord members in successive panels need not to be equal.

Elastically symmetrical frame-trusses show the property that the bending moments in the upper chord members are equal to those in the lower chord members, as the point of contraflexure of each vertical member will be at its mid-height. Moreover the points of contraflexure in the left-hand and right-hand web member of any panel will not move with respect to each other in the direction of their line of connection. These properties are independent of the existence of geometrical symmetry with the frame-truss.

After some introductory considerations on simplifications in the application of the C r o s s method of moment distribution with the existence of geometrical mirror-image and reversed symmetry, the accurate analysis of a parallel chord truss, a frame-truss with differently inclined lower and upper chords and finally of a frame-truss with horizontal lower and inclined upper chords is given; all at loading of an arbitrary panel point of the lower chord. It is recommendable to split up first this arbitrary loading into a mirror-image symmetrical and reversed symmetrical loading.

With the method of moment distribution the same degree of accuracy may be obtained as with the solution of the relative equations of elastic deformation.

The moment distributions may best be performed in tabular form according to the suggestion of Prof. R. L. A. S c h o e m a k e r. For different loadings the subsidiary forces of equilibrium need be determined only once.

The opinion that with frame-trusses the bending moments in the upper and lower chord of any panel should always be in the proportion of the stiffnesses of the chord members is incorrect. This is only the case when the web members are infinitely stiff or elastical symmetry exists.

I. Inleiding.

In Mei 1930 werd door H a r d y C r o s s in de *Proceedings of the American Society of Civil Engineers* een nieuwe methode gepubliceerd, waarbij door opvolgende vereffeningen de z.g. *knoopmomenten* — d.z. de momenten in de staven bij de knooppunten — bij verdiepingraamwerken nauwkeurig kunnen worden berekend. Sindsdien hebben een groot aantal publicaties het licht gezien, waarin de methode van C r o s s niet alleen aanbevolen wordt wegens haar grooten eenvoud, maar ook getracht wordt de methode verder te perfectionneeren met het oogmerk het cijferwerk te verminderen. Het ligt voor de hand, dat de mogelijke toepassing van z.g. *symmetrieoverwegingen*, zooals in het volgende aangetoond zal worden, leiden kan tot beteekenende vermindering van het cijferwerk, aangezien dan twee, soms vier knooppunten tegelijk losgelaten kunnen worden.

In het volgende wordt een methode gegeven, waarbij dergelijke symmetrieoverwegingen in het bijzonder op de berekening van raamliggers worden toegepast. Voor verdiepingraamwerken e.d., waarbij horizontale krachten, bijvoorbeeld ten gevolge van wind, aangrijpen in de knooppunten, kan de methode evenzoo toegepast worden.

Analytisch kunnen de knoopmomenten bij een of ander raamwerk bepaald worden uit een aantal lineaire vormveranderingsvergelijkingen en evenwichtsvergelijkingen, welke de voorwaarden uitdrukken, waaraan de knoopmomenten moeten voldoen, wanneer de constructie belast wordt. Deze vormveranderingsvoorwaarden zijn dan, aangezien de knooppunten oneindig stijf worden verondersteld, dat de z.g. hoekverdraaiingen van de in een knooppunt samenkomende staven onderling gelijk zijn. Verder vordert het evenwicht, dat de algebraïsche som der knoopmomenten in ieder knooppunt nul moet zijn.

Wanneer er meerdere knooppunten aanwezig zijn, vordert de oplossing dezer vergelijkingen veel cijferwerk, zoodat vanzelfsprekend verlangend werd uitgezien naar een andere methode, welke onder behoud van de vereischte nauwkeurigheid het mogelijk zou maken de knoopmomenten op eenvoudiger wijze te berekenen. De methode C r o s s biedt daartoe de gelegenheid. In principe berust zij hierop, dat de zooeven genoemde lineaire vergelijkingen door opvolgende vereffeningen worden opgelost, waarbij de graad van nauwkeurigheid van de uitkomsten willekeurig kan worden opgevoerd. Daartoe past C r o s s de volgende kunstgreep toe. Hij begint met te veronderstellen, dat alle knooppunten aanvankelijk niet draaien, en bepaalt de z.g. *primaire knoopmomenten*, d.z. de momenten bij de knooppunten ten gevolge van de belasting. Vervolgens laat hij de knooppunten één voor één los en gaat na, welke knoopmomenten hierdoor opgewekt worden in de in het losgelaten knooppunt samenkomende staven. Er heeft dus een zekere momentenverdeeling plaats, welke wij aan de hand van *fig. 1* zullen afleiden.

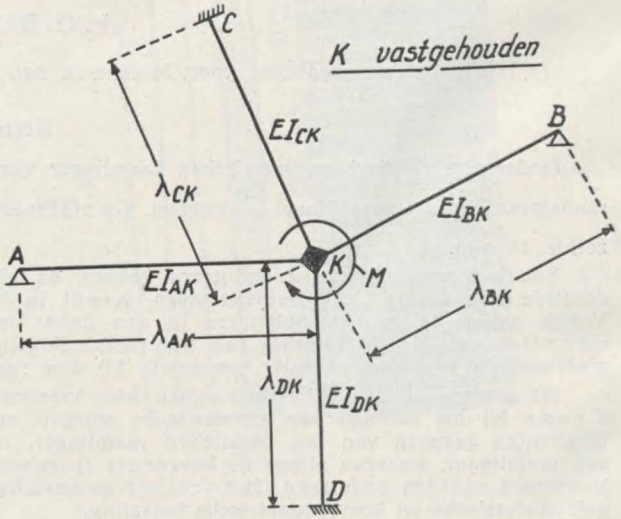

Fig. 1.

Deze figuur stelt voor een niet verschuifbaar knooppunt K, waarin vier staven samenkomen. A en B zijn scharnieropleggingen, C en D volkomen inklemmingen. Op het knooppunt K werkt door een of andere oorzaak een moment M. We zullen nu eerst voor de knoopmomenten de volgende teekenafspraak treffen.

Wanneer een knoopmoment een draaiing van het knooppunt veroorzaakt, welke gaat in de richting van de wijzers van een uurwerk, dan noemen we het knoopmoment positief, in het tegenovergestelde geval, negatief. In *fig. 1* is dus het knoopmoment positief.

Wordt nu de draaiing van K belet, dan blijven alle staven recht, maar laten we daarentegen K los, dan zal dit knooppunt gaan draaien en tegen deze draaiing verzetten zich nu alle in K samenkomende staven. Deze staven worden derhalve gebogen, d.w.z. er worden knoopmomenten in opgewekt. Daar A en B scharnieren zijn, zullen aldaar de hoekverdraaiingen, die een gevolg zijn van de opgewekte knoopmomenten, vrij kunnen plaats hebben, maar bij de volkomen inklemmingen C en D daarentegen zullen de hoekverdraaiingen aldaar belet worden door inklemmingsmomenten.

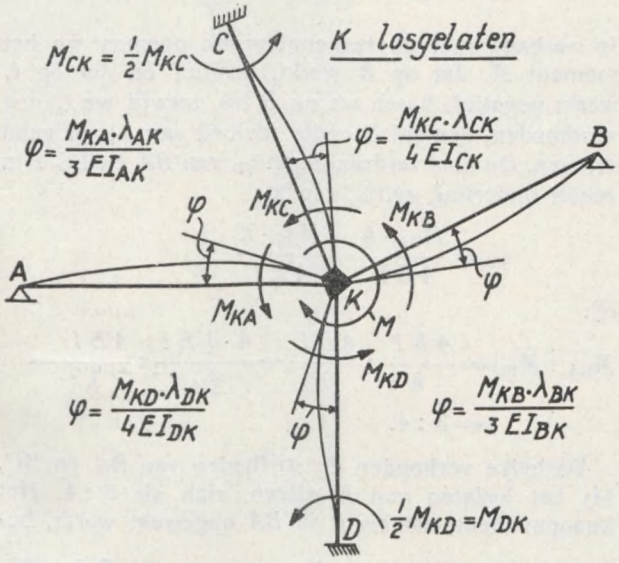

Fig. 2.

In *fig. 2* zijn voor het losgelaten knooppunt de knoop- en inklemmingsmomenten aangegeven. Uiteraard zijn de door het loslaten van K opgewekte knoopmomenten negatief, aangezien zij zich verzetten tegen de draaiing veroorzaakt door M en hunne waarde is zoodanig, dat hun som gelijk is aan M, d.w.z. het knooppunt K is dan in evenwicht.

De staaf CK is nu te beschouwen als een ligger, die in C ingeklemd is en in K een scharnier heeft. Voor dit geval is bekend, dat er dan bij C een inklemmingsmoment M_{CK} opgewekt wordt, dat hetzelfde teeken heeft als het moment M_{KC} bij K en een waarde, welke gelijk is aan $M_{CK} = \frac{1}{2} M_{KC}$ (neg.). Voor staaf DK geldt $M_{DK} = \frac{1}{2} M_{KD}$ (neg.). Nu is AK op te vatten als een ligger aan beide einden scharnierend opgelegd. Zooals bekend, is hiervoor:

$$\varphi = \frac{M_{KA} \cdot \lambda_{AK}}{3 E I_{AK}} .$$

Hetzelfde geldt voor staaf BK. Derhalve is ook:

$$\varphi = \frac{M_{KB} \cdot \lambda_{BK}}{3 E I_{BK}} .$$

Daar, zooals reeds opgemerkt werd, CK beschouwd kan worden als een ligger in C volkomen ingeklemd en in K scharnierend opgelegd, kunnen we aantoonen dat:

$$\varphi = \frac{M_{KC} \cdot \lambda_{CK}}{4 E I_{CK}} .$$

Hetzelfde geldt voor staaf DK, zoodat:

$$\varphi = \frac{M_{KD} \cdot \lambda_{DK}}{4 E I_{DK}} .$$

Aangezien alle hoekverdraaiingen φ bij K onderling gelijk zijn, zoo is:

$$\frac{M_{KA} \cdot \lambda_{AK}}{3 E I_{AK}} = \frac{M_{KB} \cdot \lambda_{BK}}{3 E I_{BK}} = \frac{M_{KC} \cdot \lambda_{CK}}{4 E I_{CK}} = \frac{M_{KD} \cdot \lambda_{DK}}{4 E I_{DK}} ,$$

waaruit volgt:

$$M_{KA} : M_{KB} : M_{KC} : M_{KD} = \frac{3 E I_{AK}}{\lambda_{AK}} : \frac{3 E I_{BK}}{\lambda_{BK}} : \frac{4 E I_{CK}}{\lambda_{CK}} : \frac{4 E I_{DK}}{\lambda_{DK}} = m_{KA} : m_{KB} : m_{KC} : m_{KD} .$$

De term $\frac{3EI_{..}}{\lambda_{..}}$ voor een *vrije* oplegging van het uiteinde der staaf en $\frac{4EI_{..}}{\lambda_{..}}$ voor een *permanente*, dan wel *tijdelijke* inklemming (zie verder) van het staafeinde noemt men de *stijfheid* $m_{..}$ van de betrekkelijke staaf.

Nu is zooals reeds opgemerkt werd:

$$M_{KA} + M_{KB} + M_{KC} + M_{KD} = M$$

zoodat:

$$M_{KA} = \frac{m_{KA}}{\Sigma m} M \; ; \; M_{KB} = \frac{m_{KB}}{\Sigma m} M \; ; \; M_{KC} = \frac{m_{KC}}{\Sigma m} M$$

$$\text{en } M_{KD} = \frac{m_{KD}}{\Sigma m} M .$$

Men noemt de breuken $\frac{m_{..}}{\Sigma m} = \mu_{..}$ de *vereffenings-coëfficiënten;* het rekenproces, waarbij de primaire momenten verdeeld worden over de verschillende staven, de *vereffening*.

Het moment M verdeelt zich dus over de staven in verhouding tot hunne stijfheid. Is de stijfheid nul, dan krijgt de staaf in het geheel geen moment, is de stijfheid oneindig groot, dan neemt een dergelijke staaf het geheele moment op. Het geval van een slappe staaf kan zich voordoen, wanneer het wenschelijk voorkomt om een of andere reden zich een fictieve staaf aanwezig te denken (zie verder).

In het geval van *fig. 1* waren C en D permanente inklemmingen. Nu kunnen we ons echter denken, dat C en D slechts tijdelijke inklemmingen volgens Cross waren, d.w.z. knooppunten, waarin weer volgende staven samenkomen. Bij de methode Cross laten we nu vervolgens bijv. het vastgehouden knooppunt C los en beletten tegelijkertijd de draaiing van de overige knooppunten. Het knoopmoment, dat op het aanvankelijk vastgehouden knooppunt werkte, wordt

op overeenkomstige wijze als in het voorgaande beschreven vereffend, waartoe wij voor dit knooppunt weer eerst de vereffeningscoëfficiënten moeten bepalen, enz.

De verschillende waarden worden gemakshalve verzameld in een vereffeningstabel, zooals aanbevolen wordt door prof. ir. R. L. A. Schoemaker te Delft (zie *Staal*, 1938, blz. 69).

Wij vestigen er de aandacht op, dat de oorzaak van de aanwezigheid der primaire momenten geheel onverschillig is en de vereffening ervan steeds op dezelfde wijze plaats heeft. De primaire momenten kunnen dus een gevolg zijn van een statische belasting, temperatuursinvloeden, zettingen, te kort zijn van een of andere staaf, enz. Voorts zij nog opgemerkt, dat de methode Cross in wezen slechts rekening houdt met de *vormverandering door de buiging*, zooals in het algemeen ook bij andere methoden gebruikelijk is voor de berekening van statisch onbepaalde constructies. Wenscht men derhalve den invloed der normaalkrachten in rekening te brengen, dan zal men hiervoor een nader onderzoek moeten verrichten.

De methode Cross dient niet uitsluitend voor het berekenen van onbekende momenten bij statisch onbepaalde constructies, maar we kunnen er even-goed zakkingen mee bepalen, zoowel bij statisch bepaalde als bij statisch onbepaalde constructies.

Wanneer nu bijvoorbeeld twee knooppunten tegelijk losgelaten kunnen worden, dan spreekt het vanzelf, dat het cijferwerk hierdoor aanmerkelijk gereduceerd wordt. Ten einde verschillende mogelijk-

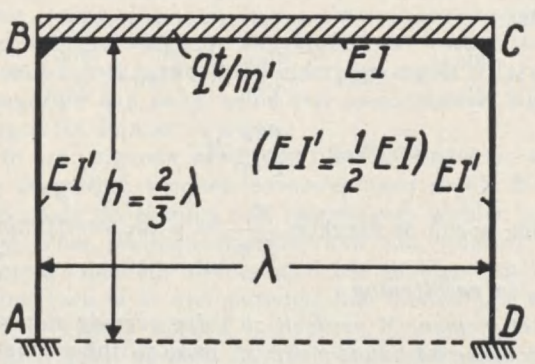

Fig. 3.

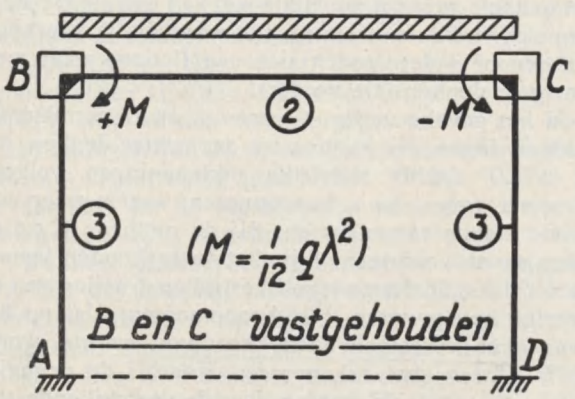

Fig. 4.

heden, die zich voor kunnen doen toe te lichten, zullen we enkele eenvoudige gevallen beschouwen.

Stel we hebben een *symmetrisch portaal*, dat *symmetrisch belast* is door een gelijkmatig verdeelde belasting van q t/m', zooals in *fig. 3* is geteekend. We zullen dit geval noemen een geval van *spiegelsymmetrie*.

Uit de symmetrie volgt, dat de knooppunten B en C zich horizontaal niet verplaatsen. We beletten nu volgens Cross de draaiing van de knooppunten B en C en gaan na welke primaire momenten op de knooppunten werken. Onder deze omstandigheden is de regel BC een ligger aan beide einden ingeklemd; zooals bekend zijn de inklemmingsmomenten, die we primaire momenten genoemd hebben, gelijk aan: $M = \frac{1}{12} q \lambda^2$ (zie *fig. 4*).

In verband met de teekenafspraak noemen we het moment M, dat op B werkt, positief en dat op C werkt negatief. Laten we nu B los, terwijl we C nog vasthouden, dan zal B onder invloed van: $+ M$ gaan draaien. De hoekverdraaiingen φ_B van BA en BC zijn echter onderling gelijk, zoodat:

$$\varphi_B = \frac{M_{BA} \cdot h}{4 E I'} = \frac{M_{BC} \cdot \lambda}{4 E I}$$

of:

$$M_{BA} : M_{BC} = \frac{4 E I'}{h} : \frac{4 E I}{\lambda} = \frac{4 \cdot \frac{1}{2} E I}{\frac{2}{3} \lambda} : \frac{4 E I}{\lambda} =$$

$$= 3 : 4.$$

Derhalve verhouden de stijfheden van BA en BC, bij het loslaten van B alleen, zich als 3 : 4. Het knoopmoment, dat bij B in BA opgewekt wordt, bedraagt dus: $M_{BA} = \frac{3}{7} M$ (neg.), en bij B in BC: $M_{BC} = \frac{4}{7} M$ (neg.). Tegelijkertijd wordt er bij A een moment opgewekt, dat gelijk is aan: $M_{AB} = \frac{1}{2} M_{BA} = \frac{3}{14} M$ (neg.) en bij C een inklemmingsmoment, dat gelijk is aan: $M_{CB} = \frac{1}{2} M_{BC} = \frac{2}{7} M$ (neg.). Op C werkt dus naast het primaire moment: $— M$ nu ook nog het door het loslaten van B geïnduceerde moment: $— \frac{2}{7} M$.

Deze beide momenten samen worden vereffend door C los te laten, terwijl B nu in zijn nieuwen gedraaiden stand vastgehouden wordt en dus een tijdelijke inklemming vormt. De vereffeningscoëfficiënten voor C zijn uiteraard dezelfde als voor B. Door het loslaten van C wordt er bij B weer een moment opgewekt in BC, dat weer vereffend moet worden, enz. De te vereffenen momenten worden steeds kleiner, zoodat convergentie optreedt. Tenslotte worden voor ieder knooppunt deze momenten algebraïsch opgeteld en dit geschiedt het eenvoudigst in een vereffeningstabel volgens Schoemaker (zie verder).

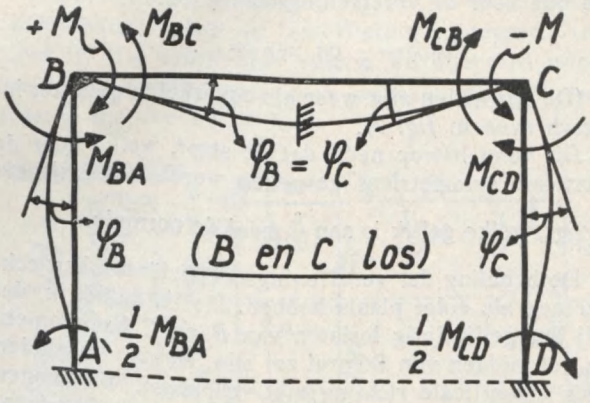

Fig. 5.

Nu kan het vraagstuk echter veel sneller opgelost worden door gebruikmaking van symmetrieoverwegingen, zoodat we volstaan kunnen met een enkele vereffening en de knoopmomenten dadelijk bekend zijn. Immers, laten we B en C *gelijktijdig* los, dan zullen de daardoor optredende hoekverdraaiingen φ_B resp. φ_C bij B en C onderling gelijk zijn (zie *fig. 5*). De momenten M bij B en C zullen elkaar in hun werking versterken. De vereffeningscoëfficiënten zullen nu andere zijn dan bij het zoo juist besproken één voor één loslaten van de knooppunten. Zij kunnen op de volgende wijze berekend worden.

$$\varphi_B = \frac{M_{BA} \cdot h}{4 E I'} = \frac{M_{BC} \cdot \lambda}{3 E I} + \frac{M_{CB} \cdot \lambda}{6 E I}$$

en daar uit de symmetrie volgt, dat: $M_{BC} = M_{CB}$, zoo is:

$$\frac{M_{BA} \cdot h}{4 E I'} = \frac{M_{BC} \cdot \lambda}{2 E I}$$

of: $M_{BA} : M_{BC} = \frac{4 E I'}{h} : \frac{2 E I}{\lambda} = 3 : 2.$

Derhalve zijn de vereffeningscoëfficiënten μ thans:

$$\mu_{BA} = \frac{3}{5} \text{ en } \mu_{BC} = \frac{2}{5}.$$

De stijfheden zijn als omcirkelde getallen ingeschreven in *fig. 4*.

Het is duidelijk, dat we voor de vereffening kunnen volstaan met het beschouwen van een enkel knooppunt, bijvoorbeeld B.

We vinden: $M_{BA} = -\frac{3}{5} M$ en dus: $M_{AB} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} M = -\frac{3}{10} M$.

Voorts is: $M_{BC} = -\frac{2}{5} M$. Derhalve zal het knoopmoment bij B in BC nu bedragen: $+ M - \frac{2}{5} M = + \frac{3}{5} M$, d.i. gelijk aan het knoopmoment bij B in BA, maar van tegengesteld teeken. De knoopmomenten bij C zijn gelijk aan die bij B, alleen is nu: $M_{CB} = -\frac{3}{5} M$ en $M_{CD} = + \frac{3}{5} M$, terwijl: $M_{DC} = + \frac{3}{10} M$. De vereffening is uitgevoerd in onderstaande *tabel I.*

Tabel I.

Vereffeningstabel			
Inklemming Knooppunt	A	B	
Staven	ab	ba	bc
Vereffenings-coëfficiënt	—	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
Primair moment	—	—	$+ M$
($M = {}^1/_{12}\, q\, \lambda^2$)	$-\frac{3}{10} M$	$-\frac{3}{5} M$	$-\frac{2}{5} M$
Inklemmingsm. Knoopm. in M	$-\frac{3}{10} M$	$-\frac{3}{5} M$	$+\frac{3}{5} M$
idem in $q\, \lambda^2$	$-\frac{1}{40} q \lambda^2$	$-\frac{1}{20} q \lambda^2$	$+\frac{1}{20} q \lambda^2$

Vergelijken we de vereffeningscoëfficiënten bij het één voor één loslaten met de vereffeningscoëfficiënten bij het gelijktijdig loslaten van de knooppunten, dan zien we, dat de staaf, welke gesneden wordt door de verticale symmetrieas, een stijfheid krijgt, welke de *helft* is van de *normale* stijfheid, waarbij onder normale stijfheid wordt verstaan de stijfheid bij het één voor één loslaten van de knooppunten.

We kunnen de verhouding der stijfheden voor het gelijktijdig loslaten van B en C nog anders bepalen, wanneer we bedenken, dat in het midden van BC uitsluitend een moment M_{BC} werkt, dus dit midden beschouwen als een inklemming, die in verticale richting verplaatsbaar is. De hoekverdraaiing φ_B is dan gelijk aan het oppervlak van het momentenvlak tusschen B en het midden van BC gedeeld door EI en daar $M_{BC} = M_{CB}$, zoo is dit momentenvlak een rechthoek.

We krijgen dus: $\varphi_B = \frac{M_{BA} \cdot h}{4 E I'} = \frac{\frac{1}{2} \lambda \cdot M_{BC}}{E I}$, in overeenstemming met de voorgaande afleiding voor de vereffeningscoëfficiënten.

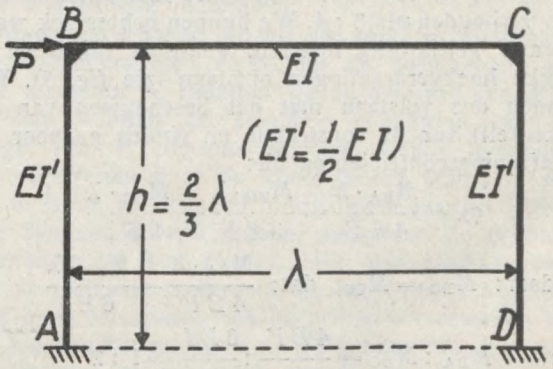

Fig. 6.

We beschouwen nu een volgend geval, waarbij symmetrieoverwegingen toegepast kunnen worden (zie *fig. 6*). We zullen dit geval een geval van *keersymmetrie* noemen.

Op hetzelfde portaal werkt in B een horizontale kracht P. Onder invloed van deze kracht zal de regel zich over een afstand δ naar rechts verplaatsen. Beletten we nu de draaiing der knooppunten, dan zal de regel niet gebogen worden, dus zullen daarin geen primaire momenten optreden, maar wel in de stijlen bij het knooppunt en bij de inklemming.

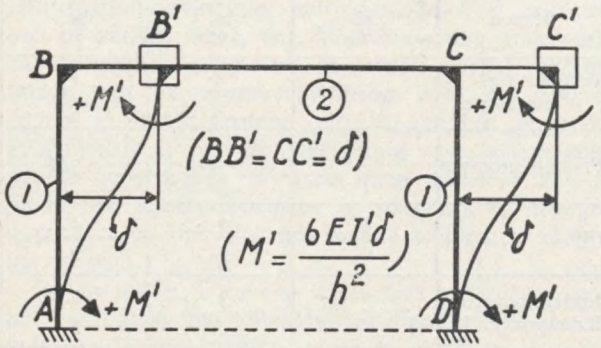

Fig. 7.

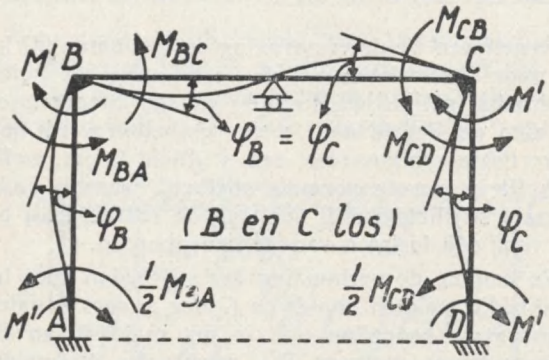

Fig. 8.

De stijlen zijn dan liggers aan beide einden ingeklemd, waarbij een der inklemmingen evenwijdig aan de andere verschuift over een afstand δ. De momenten, die daarbij opgewekt worden, zijn in bijgaande *fig. 7* aangegeven en bedragen: $M' = \frac{6EI'\delta}{h^2} = \frac{27}{4}\frac{EI\delta}{\lambda^2}$. Laten we B alleen los, dan weten we reeds, dat de daardoor opgewekte momenten bij B zich verhouden als 3 : 4. We kunnen echter ook weer B en C gelijktijdig loslaten, waardoor bij B en C gelijke hoekverdraaiingen ontstaan (zie *fig. 8*). We kunnen dus volstaan met het beschouwen van de linkerhelft van de constructie en vinden nu voor de vereffeningscoëfficiënten uit:

$$\varphi_B = \frac{M_{BA}\cdot h}{4EI'} = \frac{M_{BC}\cdot\lambda}{3EI} - \frac{M_{CB}\cdot\lambda}{6EI}$$

of daar: $M_{BC} = M_{CB}$, dat: $\frac{M_{BA}\cdot h}{4EI'} = \frac{M_{BC}\cdot\lambda}{6EI}$

en: $M_{BA} : M_{BC} = \frac{4EI'}{h} : \frac{6EI}{\lambda} = 1 : 2$

en dus voor de vereffeningscoëfficiënten:

$$\mu_{BA} = \frac{1}{3} \text{ en } \mu_{BC} = \frac{2}{3}.$$

(De stijfheden zijn weer als omcirkelde getallen ingeschreven in *fig. 7*).

Dit komt hierop neer, dat de staaf, welke door de verticale symmetrieas gesneden wordt, een stijfheid krijgt, welke gelijk is aan $\frac{3}{2}$ maal de normale.

De bepaling der vereffeningscoëfficiënten kan echter ook als volgt plaats hebben. Het is duidelijk, dat bij het gelijktijdig loslaten van B en C het moment in het midden van BC nul zal zijn, terwijl dit midden zich in verticale richting niet verplaatst. We kunnen ons derhalve hier een scharnier denken, dat horizontaal verplaatsbaar is, derhalve een roloplegging. In B komen nu samen de stijl BA en de halve regel met aan het einde (d.i. het midden van BC) een roloplegging. Laten we B los, dan is bij deze beschouwingswijze:

$$\varphi_B = \frac{M_{BA}\cdot h}{4EI'} = \frac{M_{BC}\cdot\frac{1}{2}\lambda}{3EI}$$

en dus in overeenstemming met de voorgaande methode.

We kunnen bijgevolg den volgenden algemeenen regel opstellen: *In het geval van spiegelsymmetrie* (zie *fig. 3*) *wordt de stijfheid van de door de symmetrieas gesneden staaf c.q. staven (zie verder bij raamliggers) de helft van de normale stijfheid en in het geval van keersymmetrie* (zie *fig. 6*), $\frac{3}{2}$ *maal de normale.*

Bij spiegelsymmetrie wordt bedoelde staaf dus als het ware slapper, daarentegen bij keersymmetrie stijver. Dit is eenvoudig in te zien, wanneer we de *figuren 5* en *8* onderling vergelijken. Bij het geval van spiegelsymmetrie heeft er een versterking van de werking van de knoopmomenten in BC plaats, terwijl bij het geval van keersymmetrie juist een verzwakking dan wel tegenwerking plaats heeft.

Tabel II.

Vereffeningstabel			
Inklemming Knooppunt	A	B	
Staven	ab	ba	bc
Vereffenings-coëfficiënt	—	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
Primaire momenten	$+M'$	$+M'$	—
$\left(M' = \frac{6EI'\delta}{h^2}\right)$	$-\frac{1}{6}M'$	$-\frac{1}{3}M'$	$-\frac{2}{3}M'$
Knoopmoment in M'	$+\frac{5}{6}M'$	$+\frac{2}{3}M'$	$-\frac{2}{3}M'$
idem in $P.\lambda$	$+\frac{5}{27}P\lambda$	$+\frac{4}{27}P\lambda$	$-\frac{4}{27}P\lambda$

Met behulp van de zooeven berekende vereffeningscoëfficiënten is nu de vereffening uitgevoerd (zie *tabel II*). De uitkomsten vinden we uiteraard uitgedrukt in M'. We zullen deze waarden derhalve nog moeten omrekenen in $P\lambda$.

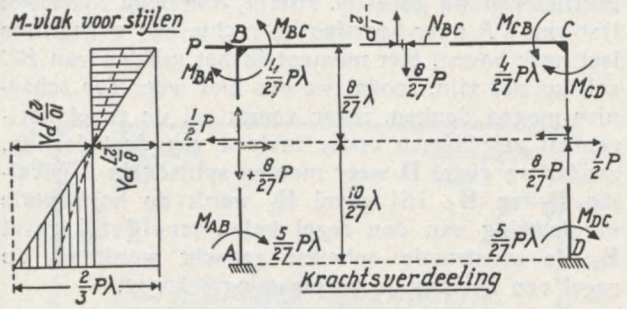

Fig. 9.

Nu is de dwarskracht in AB (zie *fig. 9*) gelijk aan: $\frac{M_{AB} + M_{BA}}{h}$ en in CD: $\frac{M_{CD} + M_{DC}}{h}$. Uit het horizontaal evenwicht volgt, dat de som van de dwarskrachten in AB en CD gelijk moet zijn aan P, zoodat:

$$\frac{M_{BA} + M_{AB} + M_{CD} + M_{DC}}{h} = P$$

waarin: $M_{AB} = M_{DC} = \frac{5}{6} M'$ en $M_{BA} = M_{CD} = \frac{2}{3} M'$

of: $\frac{3\,M'}{h} = P$ en dus: $M' = \frac{1}{3} Ph = \frac{2}{9} P\,\lambda$.

Hiermede kunnen de knoopmomenten omgerekend worden in $P\lambda$ (zie *tabel II*).

De horizontale verplaatsing van den regel is nu ook bekend. Deze bedraagt volgens:

$$M' = \frac{27}{4} \frac{E\,I\,\delta}{\lambda^2} = \frac{2}{9} P\,\lambda, \qquad \text{of:} \qquad \delta = \frac{8}{243} \frac{P\lambda^3}{E\,I}.$$

De omrekening van M' kan echter ook als volgt plaats hebben. De dwarskracht in BC is gelijk aan (zie *fig. 9*): $D_{BC} = \frac{M_{BC} + M_{CB}}{\lambda} = \frac{4}{3} \frac{M'}{\lambda}$.

Het moment is nul in het midden van BC, zooals reeds bekend is. We denken ons aldaar deze dwarskracht aangebracht. Voorts werkt er in BC een normaalkracht, die gelijk is aan $\frac{1}{2} P$, hetgeen volgt uit de symmetrie, maar die we opzettelijk N_{BC} zullen noemen en als drukkracht zullen aannemen.

Beschouwen we nu de linker helft van de constructie, dan is:

$$M_{AB} = P \cdot h - N_{BC} \cdot h - \left(\frac{4}{3} \frac{M'}{\lambda}\right) \cdot \frac{1}{2} \lambda \ldots\ldots\ldots \text{(a)}$$

Voor de rechter helft is:

$$M_{DC} = N_{BC} \cdot h - \left(\frac{4}{3} \frac{M'}{\lambda}\right) \cdot \frac{1}{2} \lambda \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(b)}$$

Tellen we (a) en (b) bij elkaar op, dan vinden we:

$$M_{AB} + M_{DC} = P \,.\, h - \frac{4}{3} M'$$

en daar: $M_{AB} = M_{DC} = \frac{5}{6} M'$

zoo is: $3\,M' = P \cdot h$, in overeenstemming met voorgaande methode.

De krachtsverdeeling is nu volledig bekend. Immers voor de stijlen zijn de moment-nulpunten dadelijk bekend, wanneer de momenten uitgedrukt in M' bekend zijn; zij liggen op $\frac{4}{9} h$ van boven. De normaalkracht in de stijlen is gelijk aan de dwarskracht in BC, maar kan ook gevonden worden uit het momentenvlak voor beide stijlen tezamen (zie *fig. 9*). Ter plaatse van het moment-nulpunt in de stijlen is dit moment: $\frac{4}{9} P \cdot h = \frac{8}{27} P \cdot \lambda$. Deelen we dit moment door λ, dan vinden we: $\frac{8}{27} P$. De normaalkracht in AB is positief (trek) en in CD negatief (druk).

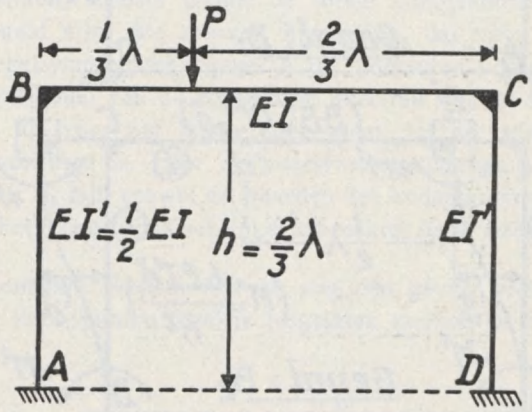

Fig. 10.

In verband met hetgeen besproken zal worden bij de raamliggers, zullen we nu een *onsymmetrische* belasting van het voorgaande portaal beschouwen (zie *fig. 10*).

Stel een last P bevindt zich op $\frac{1}{3}\lambda$ van B op BC. De regel zal onder deze omstandigheden een horizontale verplaatsing ondergaan.

Algemeen kunnen we nu als volgt te werk gaan. We veronderstellen eerst, dat de verplaatsing van den regel nul is. Beletten we de draaiing van B en C, dan kunnen de primaire momenten ten gevolge van P bepaald worden, welke momenten we vereffenen door de knooppunten één voor één los te laten. We kunnen hierbij geen gebruik maken van symmetrieoverwegingen, aangezien de primaire momenten bij B en C niet gelijk zijn. Daarna geven we de onbelaste constructie een horizontale verplaatsing δ en vereffenen ook de primaire momenten M', die hiervan het gevolg zijn. We hebben hier dus weer het voorgaande vraagstuk van keersymmetrie.

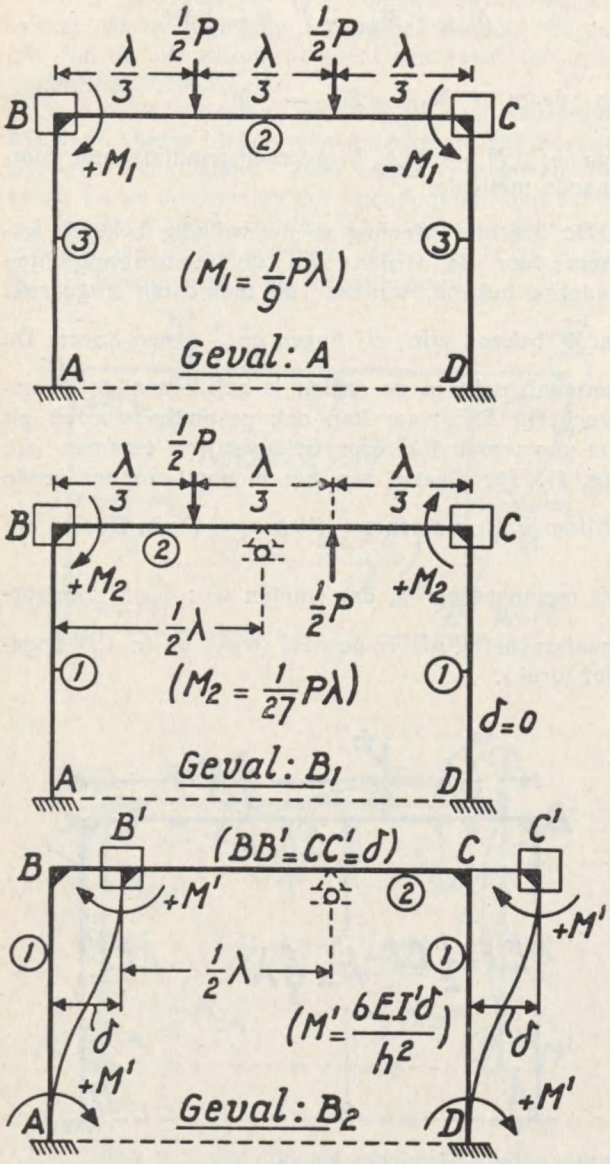

Fig. 11.

De knoopmomenten, welke uit beide gevallen volgen, worden op elkaar gesuperponeerd en zijn dus uitgedrukt in het onbekende moment M'. Dit moment moet dus nog omgerekend worden in $P\lambda$, hetgeen het eenvoudigst geschiedt door beschouwing van het horizontaal evenwicht van de constructie. Immers, daar er geen horizontale krachten werken, moet de dwarskracht in AB gelijk en tegengesteld zijn aan de dwarskracht in CD. Hiermede is de krachtsverdeeling volkomen bekend.

We kunnen echter, ten einde zooveel doenlijk gebruik te kunnen maken van symmetrieoverwegingen, het gegeven belastingsgeval omzetten in twee andere belastingsgevallen **A** en **B**, welke samen hetzelfde resultaat opleveren (zie *fig. 11*).

Bij geval **A** hebben we te doen met een symmetrisch portaal, dat symmetrisch belast is (= spiegelsymmetrie) door 2 lasten van $\frac{1}{2}P$. De knooppunten B en C zullen bijgevolg geen horizontale verplaatsing ondergaan. We beletten de draaiing van B en C en bepalen de primaire knoopmomenten M_1 $(=\frac{1}{9}P\lambda)$.

De vereffening van deze momenten wordt uitgevoerd door B en C gelijktijdig los te laten. We vinden voor de verhouding der stijfheden 3 : 2 (zie ook geval van *fig. 3*). Nadat de knoopmomenten ten gevolge van M_1 in bijgaande *tabel III* bepaald zijn, beschouwen we geval **B**. Hierbij werkt nu links een last van $\frac{1}{2}P$ naar beneden en rechts een evengroote last naar boven. Het moment in het midden van BC zal dus nul zijn, zoodat we ons hier weer een scharnier mogen denken, maar voorts zal de regel horizontaal verplaatsen onder invloed van de belasting, zoodat we geval **B** weer moeten splitsen in 2 gevallen $\mathbf{B}_1$ en $\mathbf{B}_2$. Bij geval $\mathbf{B}_1$ wordt de horizontale verplaatsing van den regel belet, terwijl bij geval $\mathbf{B}_2$ de constructie onbelast gedacht wordt en de regel een horizontale verplaatsing δ krijgt.

Tabel III.

Vereffeningstabel			
Inklemming Knooppunt	*A*	*B*	
Staven	ab	ba	bc
Vereffenings-coëfficiënt	—	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
Primair moment M_1	—	—	$+\frac{1}{9}P\lambda$
	$-\frac{1}{30}P\lambda$	$-\frac{1}{15}P\lambda$	$-\frac{2}{45}P\lambda$
Inklemmingsm.-Knoopmom.	$-\frac{1}{30}P\lambda$	$-\frac{1}{15}P\lambda$	$+\frac{1}{15}P\lambda$
Vereffenings-coëfficiënt	—	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
Primair moment M_2	—	—	$+\frac{1}{27}P\lambda$
	$-\frac{1}{162}P\lambda$	$-\frac{1}{81}P\lambda$	$-\frac{2}{81}P\lambda$
Inklemmingsm.-Knoopmom.	$-\frac{1}{162}P\lambda$	$-\frac{1}{81}P\lambda$	$+\frac{1}{81}P\lambda$
Primair moment tgv. δ	$+M'$	$+M'$	—
	$-\frac{1}{6}M'$	$-\frac{1}{3}M'$	$-\frac{2}{3}M'$
Inklem-Knoopmoment tgv. δ	$+\frac{5}{6}M'$	$+\frac{2}{3}M'$	$-\frac{2}{3}M'$
idem in $P.\lambda$	$+\frac{5}{486}P\lambda$	$+\frac{2}{243}P\lambda$	$-\frac{2}{243}P\lambda$
idem totaal in $P.\lambda$	$-\frac{71}{2430}P\lambda$	$-\frac{86}{1215}P\lambda$	$+\frac{86}{1215}P\lambda$

Onderzoeken we nu geval $\mathbf{B}_1$, dan bepalen we eerst weer de primaire momenten M_2 $(=\frac{1}{27}P\lambda)$ en vereffenen deze. De verhouding der stijfheden in stijl en regel is nu bij het gelijktijdig loslaten van B en C als 1 : 2. Derhalve zijn de vereffeningscoëfficiënten andere dan voor geval **A**. De knoopmomenten ten gevolge van M_2 zijn in *tabel III* bepaald. Tenslotte zijn bij geval $\mathbf{B}_2$ de vereffeningscoëfficiënten dezelfde als voor geval $\mathbf{B}_1$, zoodat de door de horizontale verschuiving opgewekte primaire momenten M' $(=\frac{6EI'\delta}{h^2})$

vereffend kunnen worden. De knoopmomenten voor de gevallen **A** en $\mathbf{B}_1$ zijn uitgedrukt in $P \cdot \lambda$, maar voor geval $\mathbf{B}_2$ in het nog onbekende moment M'. De waarde van M' wordt bepaald uit het horizontaal evenwicht. Immers moet bij afwezigheid van een horizontale belasting de dwarskracht in stijl AB gelijk en tegengesteld zijn aan de dwarskracht in stijl CD.

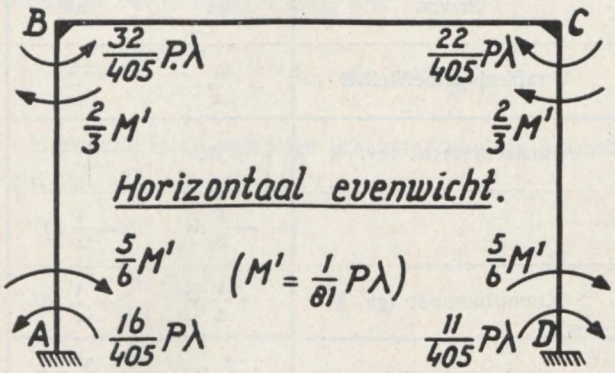

Fig. 12.

Het totale moment bij A in AB bedraagt nu (zie *fig. 12*):

$$M_{AB} = -\frac{1}{30} P\lambda - \frac{1}{162} P\lambda + \frac{5}{6} M' =$$

$$= -\frac{16}{405} P\lambda + \frac{5}{6} M';$$

bij B in BA: $M_{BA} = -\frac{1}{15} P\lambda - \frac{1}{81} P\lambda + \frac{2}{3} M' =$

$$= -\frac{32}{405} P\lambda + \frac{2}{3} M';$$

bij D in DC: $M_{DC} = +\frac{1}{30} P\lambda - \frac{1}{162} P\lambda + \frac{5}{6} M' =$

$$= \frac{11}{405} P\lambda + \frac{5}{6} M';$$

bij C in CD: $M_{CD} = +\frac{1}{15} P\lambda - \frac{1}{81} P\lambda + \frac{2}{3} M' =$

$$= \frac{22}{405} P\lambda + \frac{2}{3} M'.$$

Als voorwaarde voor het horizontaal evenwicht kunnen we dus schrijven (zie *fig. 12*):

$$\frac{11}{405} P\lambda + \frac{5}{6} M' + \frac{22}{405} P\lambda + \frac{2}{3} M' - \frac{16}{405} P\lambda +$$

$$+ \frac{5}{6} M' - \frac{32}{405} P\lambda + \frac{2}{3} M' = 0$$

of:

$$M' = \frac{1}{81} P\lambda.$$

De totale knoopmomenten ten gevolge van een last P op $\frac{1}{3}\lambda$ van B kunnen dus bepaald worden (zie *tabel III*).

Tabel IV.

Inklemming Knooppunt	Staven	Geval **A**	Geval $\mathbf{B}_1$	Geval $\mathbf{B}_2$	Totaal
A	ab	$-\frac{1}{30} P\lambda$	$-\frac{1}{162} P\lambda$	$+\frac{5}{486} P\lambda$	$-\frac{71}{2430} P\lambda$
B	ba	$-\frac{1}{15} P\lambda$	$-\frac{1}{81} P\lambda$	$+\frac{2}{243} P\lambda$	$-\frac{86}{1215} P\lambda$
	bc	$+\frac{1}{15} P\lambda$	$+\frac{1}{81} P\lambda$	$-\frac{2}{243} P\lambda$	$+\frac{86}{1215} P\lambda$
C	cb	$-\frac{1}{15} P\lambda$	$+\frac{1}{81} P\lambda$	$-\frac{2}{243} P\lambda$	$-\frac{76}{1215} P\lambda$
	cd	$+\frac{1}{15} P\lambda$	$-\frac{1}{81} P\lambda$	$+\frac{2}{243} P\lambda$	$+\frac{76}{1215} P\lambda$
D	dc	$+\frac{1}{30} P\lambda$	$-\frac{1}{162} P\lambda$	$+\frac{5}{486} P\lambda$	$+\frac{91}{2430} P\lambda$

In bovenstaande *verzameltabel IV* zijn de knoopmomenten voor de afzonderlijke gevallen **A**, $\mathbf{B}_1$ en $\mathbf{B}_2$ opgenomen, waarna tevens de totale knoopmomenten bepaald zijn. We merken hierbij op, dat voor het spiegelsymmetrische geval **A** de momenten voor het rechter deel van de constructie dezelfde waarde hebben als voor het linker deel, maar dat het teeken verschillend is. Voor de keersymmetrische gevallen $\mathbf{B}_1$ en $\mathbf{B}_2$ zijn zoowel de waarden der knoopmomenten als het teeken voor het linker en rechter deel dezelfde.

Tenslotte beschouwen we nog een geval, waarbij vier knooppunten tegelijk losgelaten kunnen worden.

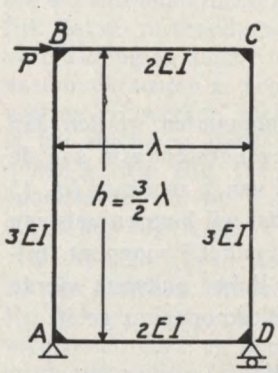

Fig. 13.

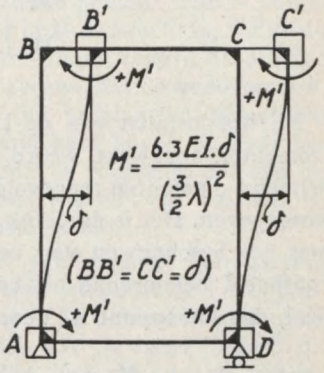

Fig. 14.

Op bijgaand rechthoekig raam (zie *fig. 13*) werkt in B een horizontale kracht P. De bovenregel BC zal nu ten opzichte van den onderregel zich horizontaal verplaatsen over een afstand δ. Beletten we de draaiing der knooppunten, dan worden hierdoor in de stijlen momenten M' opgewekt, als in bijgaande *figuur 14*

aangegeven, die gelijk zijn aan:

$$M' = \frac{6 \cdot 3EI \cdot \delta}{h^2} = \frac{8EI\delta}{\lambda^2}.$$

We zien dadelijk in, dat zoowel in de stijlen als in de regels de momentnulpunten in het midden zullen optreden. We hebben hier te doen met een geval van *dubbele* (n.l. zoowel horizontale als verticale) *keersymmetrie*. Wij kunnen voor dit geval alle vier knooppunten tegelijk loslaten. De hoekverdraaiingen in de knooppunten A tot en met D zijn onderling gelijk.

Derhalve: $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi_D$.

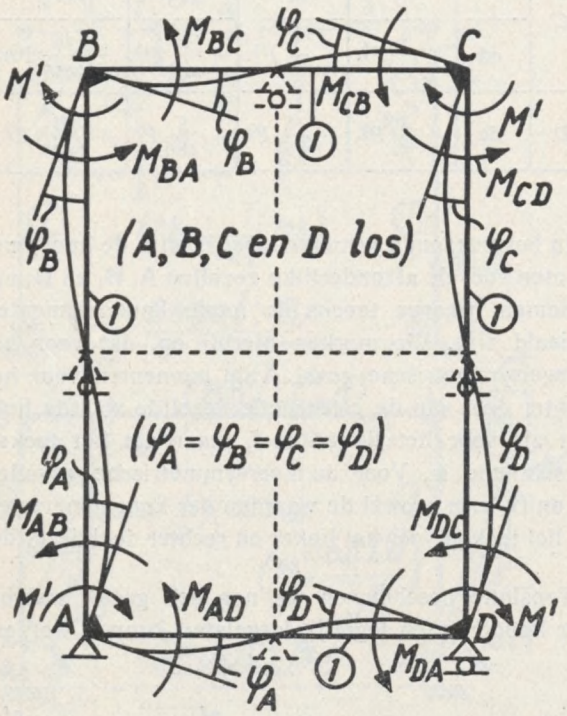

Fig. 15.

Bij het loslaten van de knooppunten worden dan momenten opgewekt, welke tegengesteld zijn aan de primaire momenten tengevolge van δ, zooals in *fig. 15* aangegeven. Het is duidelijk, dat wij kunnen volstaan met het beschouwen van een enkel knooppunt, bijvoorbeeld behoorende bij het linker onderste vierde deel, dus knooppunt A. Voor dit knooppunt geldt:

$$\varphi_A = \tfrac{1}{3}\frac{M_{AD} \cdot \lambda}{2EI} - \tfrac{1}{6}\frac{M_{DA} \cdot \lambda}{2EI} =$$

$$= \tfrac{1}{3}\frac{M_{AB} \cdot h}{3EI} - \tfrac{1}{6}\frac{M_{BA} \cdot h}{3EI},$$

of daar: $M_{AD} = M_{DA}$, en: $M_{AB} = M_{BA}$, zoo is:

$\frac{1}{2}\frac{M_{AD} \cdot \lambda}{2EI} = \frac{1}{2}\frac{M_{AB} \cdot h}{3EI}$, zoodat: $M_{AD} : M_{AB} = 1 : 1$.

De vereffeningscoëfficiënten zijn bijgevolg:

$$\mu_{AD} = \mu_{AB} = \tfrac{1}{2}.$$

Tabel V.

Vereffeningstabel		
Knooppunt	A	
Staven	ab	ad
Vereffeningscoëfficiënt	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Primair moment tgv. δ	$+ M'$	
	$-\frac{1}{2}M'$	$-\frac{1}{2}M'$
Knoopmoment tgv. δ	$+\frac{1}{2}M'$	$-\frac{1}{2}M'$
idem in $P\lambda$	$+\frac{3}{8}P\lambda$	$-\frac{3}{8}P\lambda$

De vereffening is uitgevoerd in bovenstaande *tabel V*. Blijkbaar zijn alle knoopmomenten gelijk. De knoopmomenten in de stijlen hebben alle hetzelfde teeken (= pos.) en evenzoo alle knoopmomenten in de regels (= neg.) (zie *fig. 15*).

Daar we reeds dadelijk weten, dat de momentnulpunten in het midden der stijlen en regels liggen, zoo kunnen we ter berekening van de vereffeningscoëfficiënten ons hier scharnieren (dan wel roloplegginge) denken, zoodat we onmiddellijk hadden kunnen zeggen:

$$M_{AB} : M_{AD} = \frac{3 \cdot 3EI}{h} : \frac{3 \cdot 2EI}{\lambda} = 1 : 1.$$

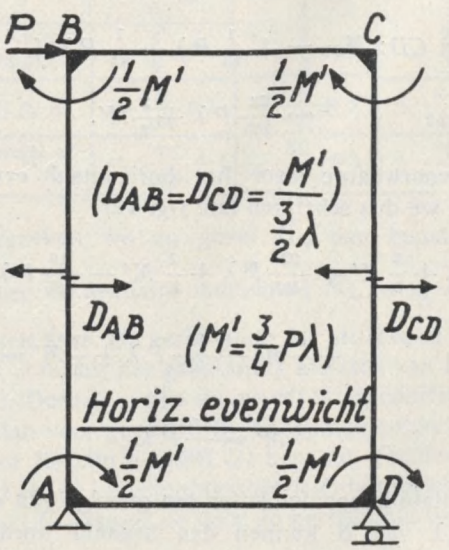

Fig. 16.

We moeten nu M' nog omrekenen in $P\lambda$ en daartoe merken we op, dat de dwarskracht in AB gelijk is aan $\frac{1}{2}P$ (volgt uit de symmetrie). Derhalve is (zie *fig. 16*):

$$\tfrac{1}{2}M' = \tfrac{1}{2}P \cdot \tfrac{1}{2}h = \tfrac{1}{4}Ph = \tfrac{3}{8}P\lambda,$$

of: $$M' = \tfrac{3}{4}P\lambda,$$

zoodat de verplaatsing δ volgt uit:

$$M' = \frac{8EI\delta}{\lambda^2} = \tfrac{3}{8}P\lambda, \quad \text{of:} \quad \delta = \tfrac{3}{64}\frac{P\lambda^3}{EI}.$$

Hiermede is de volledige krachtsverdeeling bekend (zie *fig. 17*).

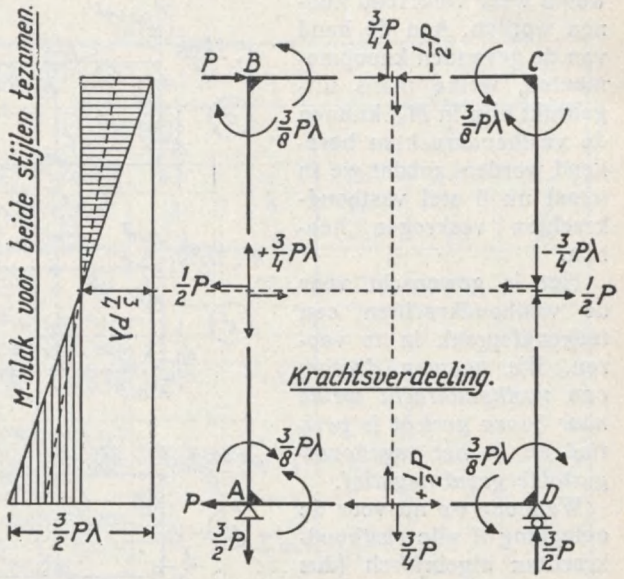

Fig. 17.

II. Berekening van een parallellen raamligger.

We zullen thans overgaan tot de berekening van raamliggers en nemen daartoe eerst het eenvoudigste geval, n.l. een raamligger met evenwijdigen onder- en bovenrand en wel van 6 velden (zie *fig. 18*), die in E belast wordt door een verticalen last van 6 ton. Zooals we uit de figuur zien, heeft de ligger zoowel een horizontale symmetrieas (samenvallende met de verbindingslijn van de middens der stijlen) als een verticale symmetrieas (samenvallende met den middenstijl DD'; de belasting is echter onsymmetrisch.

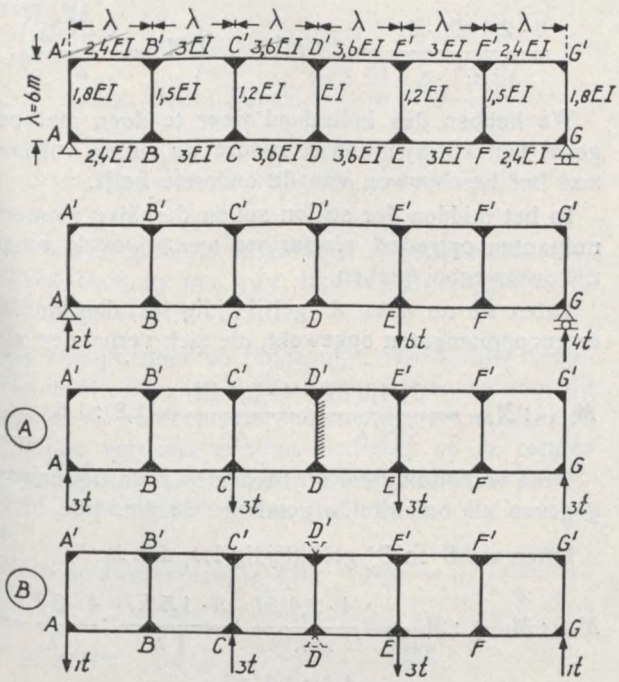

Fig. 18.

Algemeen kunnen we nu als volgt te werk gaan. We veronderstellen eerst, dat de knooppunten van den bovenrand tenopzichte van de knooppunten van den onderrand niet verplaatsen en beletten de draaiing van alle knooppunten. We geven nu alleen het knooppunt B een zakking δ_B en houden de overige knooppunten dus op hun plaats. In den ligger worden dan primaire momenten M_B opgewekt, die nadat de vereffeningscoëfficiënten bepaald zijn, vereffend kunnen worden. De waarden, die we vinden voor de knoopmomenten zijn uiteraard uitgedrukt in M_B. De constructie is zonder meer niet in evenwicht, daartoe moeten in A tot en met G verticale krachten werken, die we *vasthoudkrachten* zullen noemen. Het is duidelijk, dat de vasthoudkracht in B de kracht is, welke de verplaatsing δ_B aldaar veroorzaakt, terwijl de overige vasthoudkrachten er voor zorgen, dat de knooppunten, waarop zij werken, zich niet verplaatsen. Zij zullen in het algemeen afwisselend naar boven en naar beneden gericht zijn. Hun som is zoodanig, dat aan de voorwaarde van het verticaal evenwicht voldaan is, d.w.z. hun algebraïsche som is nul.

Vervolgens geven we C een verticale verplaatsing δ_C naar beneden, houden weer alle overige knooppunten op hun plaats, berekenen de primaire momenten, vereffenen deze en bepalen aan de hand hiervan de vasthoudkrachten. Hetzelfde doen we voor de knooppunten D, E en F. We krijgen zoodoende 5 stel vasthoudkrachten.

Ten einde nu ook de horizontale verplaatsing van de bovenrandknooppunten in de berekening op te kunnen nemen, geven we, terwijl de onderrandknooppunten niet zakken, den bovenrand een horizontale verplaatsing δ_h, bijvoorbeeld naar links. Hierdoor worden in de stijlen, wanneer de draaiing der knooppunten belet wordt, primaire momenten M_h opgewekt,

welke weer vereffend kunnen worden. Aan de hand van de gevonden knoopmomenten, welke thans uitgedrukt zijn in M_h, kunnen de vasthoudkrachten berekend worden, zoodat we in totaal nu 6 stel vasthoudkrachten verkregen hebben.

Het is gewenscht voor de vasthoudkrachten een teekenafspraak in te voeren. *We noemen daarom een vasthoudkracht welke naar boven gericht is positief en in het tegenovergestelde geval negatief.*

Wanneer we nu voor de oplegging A alle vasthoudkrachten algebraïsch (dus volgens de 6 verschillende gevallen) optellen en gelijk stellen aan: + 2 ton, dan hebben we aan een der verticale evenwichtsvoorwaarden voldaan. Voor het knooppunt B, dat onbelast is, moet de algebraïsche som der vasthoudkrachten bijgevolg nul zijn. Hetzelfde geldt voor de knooppunten C en D, maar voor het knooppunt E moet de algebraïsche som der vasthoudkrachten: — 6 ton zijn en voor F weer nul. Voor G behoeven we deze som niet samen te stellen, aangezien dit een afhankelijke betrekking zou opleveren. Het is duidelijk, dat we op deze wijze 6 vergelijkingen met 6 onbekenden krijgen, n.l. M_B, M_C, M_D, M_E, M_F en M_h. Deze laatste zijn dus te bepalen en de in werkelijkheid optredende knoopmomenten (voor P in E) zijn dus een superpositie van de voorgaande 6 gevallen. Wanneer M_B tot en met M_F en M_h bekend zijn, zijn ook de zakkingen δ_B tot en met δ_F en ook δ_h bekend.

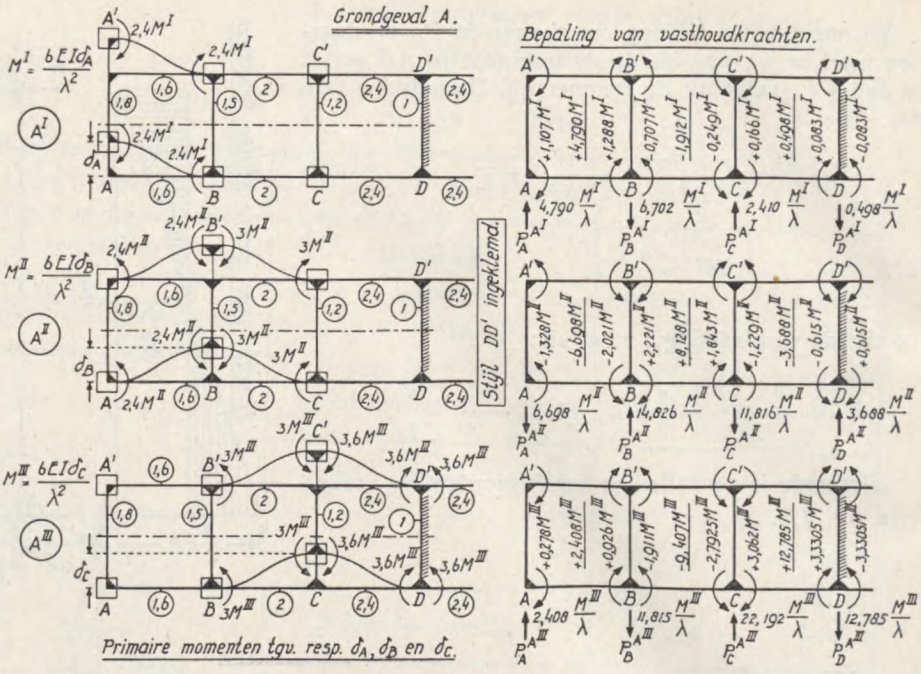

Fig. 19.

Het bezwaar van deze methode is, dat we 6 vergelijkingen met 6 onbekenden krijgen, die opgelost moeten worden. Wanneer de EI's geen ronde getallen zijn, vordert de oplossing dezer vergelijkingen derhalve een omvangrijk cijferwerk.

Dit heeft schrijver dezes ertoe geleid een methode te bedenken, waarbij dit cijferwerk zooveel doenlijk gereduceerd kan worden. *Daartoe is het onsymmetrische belastingsgeval gesplitst in twee symmetrische, n.l. in een spiegelsymmetrisch geval* **A** *en een keersymmetrisch geval* **B** (zie *fig. 18*), *die samen aequivalent zijn met het gegeven belastingsgeval.* Hierdoor kunnen we volstaan met het onderzoek van één liggerhelft, bijv. de linker helft. Heeft de ligger nu ook nog een horizontale symmetrieas, dan kan men zich bepalen tot het onderzoek van één helft van den halven ligger, bijv. de onderste helft van het linker liggerdeel.

Bij het grondgeval **A** zien we dadelijk in, dat de middenstijl *DD' niet* gebogen wordt. We kunnen dus bij beschouwing van de linker helft dezen stijl verticaal ingeklemd denken. We hebben dan een horizontaal liggend verdiepingsraamwerk belast door 3 ton naar boven in A en door 3 ton naar beneden in C.

We geven nu A een verticale verplaatsing δ_A naar boven (zie *fig. 19*, subgeval $\mathbf{A}^{I}$), terwijl de overige knooppunten op hun plaats gehouden worden en de draaiing van alle knooppunten belet wordt. De stijl AA' blijft hierbij dus recht, d.w.z. hierin treden geen primaire knoopmomenten tengevolge van δ_A op. In AB en $A'B'$ worden echter wel primaire knoopmomenten opgewekt, welke gelijk zijn aan:

$$\frac{6 \cdot 2{,}4\ EI \cdot \delta_A}{\lambda^2} = 2{,}4\ M^{I} \qquad \left(M^{I} = \frac{6\ EI\ \delta_A}{\lambda^2} \right).$$

We hebben dus inderdaad weer te doen met een geval van keersymmetrie, zoodat we zullen volstaan met het beschouwen van de onderste helft.

In het midden der stijlen zullen derhalve momentnulpunten optreden, alwaar we ons bijgevolg scharnieren kunnen denken.

Laten we nu A en A' gelijktijdig los, dan worden er knoopmomenten opgewekt, die zich verhouden als:

$$M_{AA'} : M_{AB} = \frac{3 \cdot 1{,}8\ EI}{\frac{1}{2}\lambda} : \frac{4 \cdot 2{,}4\ EI}{\lambda} = 1{,}8 : 1{,}6.$$

Deze verhouding der stijfheden is in de figuur aangegeven als omcirkelde getallen (zie *fig. 19*).

Laten we B en B' gelijktijdig los, dan is:

$$M_{BA} : M_{BB'} : M_{BC} = \frac{4 \cdot 2{,}4\ EI}{\lambda} : \frac{3 \cdot 1{,}5\ EI}{\frac{1}{2}\lambda} : \frac{4 \cdot 3\ EI}{\lambda} =$$

$$= 1{,}6 : 1{,}5 : 2\ .$$

Tabel VI.

Vereffeningstabel voor sub-gevallen: $\mathbf{A^I}$ en $\mathbf{B^I}$

Knooppunten	*A*		*B*			*C*			*D*		
Staven	aa′	ab	ba	bb′	bc	cb	cc′	cd	dc	dd′	de
Vereffenings-coëfficiënten	9/17	8/17	16/51	15/51	20/51	5/14	3/14	6/14	12/29	5/29	12/29
Primair moment tgv. δ_A	—	$+2{,}4M^I$	$+2{,}4M^I$	—	—	—	—	—	—	—	—
$M^I = \frac{6EI\delta_A}{\lambda^2}$ Sub-geval: $\mathbf{A^I}$	— 1,271	— 1,129	— 0,565								
		— 0,288	— 0,576	— 0,540	— 0,720	— 0,360					
					+ 0,064	+ 0,129	+ 0,077	+ 0,154	+ 0,077	—	— 0,077
	+ 0,152	+ 0,136	+ 0,068								
		— 0,021	— 0,041	— 0,039	— 0,052	— 0,026					
					+ 0,005	+ 0,009	+ 0,006	+ 0,011	+ 0,006	—	— 0,006
	+ 0,011	+ 0,010	+ 0,005								
		— 0,002	— 0,003	— 0,003	— 0,004	— 0,002					
					—	+ 0,001	—	+ 0,001	—		
	+ 0,001	+ 0,001	—								
Knoopmoment tgv. δ_A in M^I	— 1,107	+ 1,107	+ 1,288	— 0,582	— 0,707	— 0,249	+ 0,083	+ 0,166	+ 0,083	—	— 0,083
idem bij *D* tgv. δ'_A in M^{IV}									+ 0,083	—	+ 0,083
$M^{IV} = \frac{6EI\delta'_A}{\lambda^2}$ Sub-geval: $\mathbf{B^I}$								— 0,034	— 0,069	— 0,029	— 0,069
					+ 0,006	+ 0,012	+ 0,007	+ 0,015	+ 0,007	—	+ 0,007
		— 0,001	— 0,002	— 0,002	— 0,002	— 0,001					
	+ 0,001	—	—								
								— 0,003	— 0,006	— 0,002	— 0,006
					+ 0,001	+ 0,001	+ 0,001	+ 0,002	+ 0,001	—	+ 0,001
								—	— 0,001	—	— 0,001
Knoopmoment tgv. δ'_A in M^{IV}	— 1,106	+ 1,106	+ 1,286	— 0,584	— 0,702	— 0,237	+ 0,091	+ 0,146	+ 0,015	— 0,031	+ 0,015

Laten we tenslotte C en C' gelijktijdig los, dan vinden we:

$$M_{CB} : M_{CC'} : M_{CD} = \frac{4 \cdot 3\,EI}{\lambda} : \frac{3 \cdot 1{,}2\,EI}{\frac{1}{2}\lambda} :$$

$$: \frac{4 \cdot 3{,}6\,EI}{\lambda} = 2 : 1{,}2 : 2{,}4\,.$$

De vereffening is uitgevoerd in bijgaande tabel volgens Schoemaker (zie *vereffeningstabel VI* voor subgeval $\mathbf{A^I}$).

De knoopmomenten tengevolge van δ_A zijn uitgedrukt in M^I. De vasthoudkrachten moeten nu voor dit subgeval $\mathbf{A^I}$ berekend worden (zie *fig. 19*). Aangezien de stijlen verticaal zijn en loodrecht op de randen staan, hebben we uitsluitend te maken met de dwarskracht in de randen (zie verder).

Nu is de dwarskracht in AB: $D_{AB} = \dfrac{M_{AB} + M_{BA}}{\lambda}$

en in $A'B'$: $D_{A'B'} = \dfrac{M_{A'B'} + M_{B'A'}}{\lambda}$.

De vasthoudkracht $P_A^{A^I}$ in A moet dus gelijk zijn aan de dwarskracht in de randstaven AB en $A'B'$, derhalve gelijk aan:

$$P_A^{A^I} = \frac{M_{AB} + M_{BA} + M_{A'B'} + M_{B'A'}}{\lambda}\,.$$

Alle knoopmomenten in het veld AB zijn positief, zoodat we eenvoudig de vier gevonden knoopmomenten in dat veld, uitgedrukt in M^I, bij elkaar kunnen optellen (zie onderstreepte waarden in de betrekkelijke figuur) en deelen door de veldlengte λ. Aangezien de dwarskracht in het veld AB positief is, hetgeen volgt uit de richting der knoopmomenten, zoo is $P_A^{A^I}$ naar boven gericht en gelijk aan: $4{,}790\,\dfrac{M^I}{\lambda}$.

Trouwens $P_A^{A^I}$ is de kracht, welke de verplaatsing δ_A veroorzaakt en zij zal dus zeker naar boven gericht zijn.

De dwarskracht in het tweede veld van links, n.l. BC, is bekend uit de knoopmomenten voor dat veld,

welke hiervoor alle negatief zijn. Deze dwarskracht moet gelijk zijn aan de vasthoudkracht $P_A^{A^I}$ in A plus de vasthoudkracht $P_B^{A^I}$ in B. Veronderstel eens even, dat deze laatste naar boven gericht is, dan zal dus:

$$P_A^{A^I} + P_B^{A^I} = -1{,}912\,\frac{M^I}{\lambda}$$

of: $$4{,}790\,\frac{M^I}{\lambda} + P_B^{A^I} = -1{,}912\,\frac{M^I}{\lambda}$$

en dus: $$P_B^{A^I} = -6{,}702\,\frac{M^I}{\lambda}.$$

Bijgevolg is $P_B^{A^I}$ naar beneden gericht, hetgeen trouwens te verwachten is, aangezien B tengevolge van de verplaatsing δ_A in A naar boven, zich eveneens in die richting zal willen verplaatsen, hetgeen belet moet worden door een naar beneden gerichte kracht.

In het derde veld zijn alle knoopmomenten positief, de dwarskracht is daar dus ook positief. We vinden op overeenkomstige wijze een naar boven gerichte vasthoudkracht $P_C^{A^I}$ in C. Ten slotte moet de vasthoudkracht in D gelijk zijn aan de dwarskracht in veld CD. Deze laatste vasthoudkracht kunnen we echter weglaten, ware het niet, dat zij een eenvoudige contrôle mogelijk maakt op de berekening der vasthoudkrachten, aangezien uit het verticaal evenwicht volgt, dat de algebraïsche som der vasthoudkrachten nul moet zijn.

We gaan nu over tot subgeval $\mathbf{A}^{II}$ (zie *fig. 19*), waarbij we nu alleen B een verticale verplaatsing δ_B naar boven geven. Hierdoor worden primaire momenten M^{II} opgewekt, die gemakkelijk berekend kunnen worden en die nu voor de velden links en recht van B verschillend zijn, aangezien de stijfheidsfactoren tegen buiging van de randstaven BA en BC onderling verschillend zijn (stijl BB' blijft hierbij weer recht). Deze primaire momenten worden vereffend, vanzelfsprekend met dezelfde vereffeningscoëfficiënten als voor subgeval $\mathbf{A}^I$ (zie *tabel VII* voor subgeval $\mathbf{A}^{II}$).

Tabel VII.

Vereffeningstabel voor sub-gevallen: $\mathbf{A}^{II}$ en $\mathbf{B}^{II}$

Knooppunten	A		B			C			D		
Staven	aa′	ab	ba	bb′	bc	cb	cc′	cd	dc	dd′	de
Vereffeningscoëfficiënten	9/17	8/17	16/51	15/51	20/51	5/14	3/14	6/14	12/29	5/29	12/29
Primair moment tgv. δ_B	—	$-2{,}4M^{II}$	$-2{,}4M^{II}$	—	$+3M^{II}$	$+3M^{II}$	—	—	—	—	—
$M^{II} = \frac{6EI\delta_B}{\lambda^2}$ Sub-geval: $\mathbf{A}^{II}$					−0,536	−1,071	−0,643	−1,286	−0,643		+0,643
	+1,271	+1,129	+0,565								
		−0,099	−0,197	−0,185	−0,247	−0,123					
					+0,022	+0,044	+0,026	+0,053	+0,026		−0,026
	+0,052	+0,047	+0,024								
		−0,007	−0,014	−0,014	−0,018	−0,009					
					+0,002	+0,003	+0,002	+0,004	+0,002		−0,002
	+0,004	+0,003	+0,002								
		−0,001	−0,001	−0,001	−0,002	−0,001					
	+0,001	—	—								
Knoopmoment tgv. δ_B in M^{II}	+1,328	−1,328	−2,021	−0,200	+2,221	+1,843	−0,615	−1,229	−0,615	—	+0,615
idem bij D tgv. δ'_B in M^V									−0,615	—	−0,615
$M^V = \frac{6EI\delta'_B}{\lambda^2}$ Sub-geval: $\mathbf{B}^{II}$								+0,254	+0,509	+0,212	+0,509
					−0,045	−0,091	−0,054	−0,109	−0,054		−0,054
		+0,008	+0,015	+0,013	+0,018	+0,009					
								+0,022	+0,045	+0,019	+0,045
					−0,006	−0,011	−0,007	−0,013	−0,007		−0,007
								+0,003	+0,006	+0,002	+0,006
	−0,004	−0,004	−0,002								
		+0,001	+0,003	+0,002	+0,003	+0,002					
					−0,001	−0,002	−0,001	−0,002	−0,001		−0,001
								—	+0,001	—	+0,001
	−0,001	—	—								
Knoopmoment tgv. δ'_B in M^V	+1,323	−1,323	−2,005	−0,185	+2,190	+1,750	−0,677	−1,074	−0,116	+0,233	−0,116

Tabel VIII.

Vereffeningstabel voor sub-gevallen: $\mathbf{A}^{III}$ en $\mathbf{B}^{III}$

Knooppunten	*A*		*B*			*C*			*D*		
Staven	aa′	ab	ba	bb′	bc	cb	cc′	cd	dc	dd′	de
Vereffenings-coëfficiënten	9/17	8/17	16/51	15/51	20/51	5/14	3/14	6/14	12/29	5/29	12/29
Primair moment tgv. δ_C	—	—	—	—	$-3M^{III}$	$-3\,M^{III}$	—	$+3{,}6M^{III}$	$+3{,}6M^{III}$	—	$-3{,}6M^{III}$
$M^{III} = \frac{6EI\delta_C}{\lambda^2}$ Sub-geval: $\mathbf{A}^{III}$		+ 0,471	+ 0,941	+ 0,882	+ 1,176	+ 0,588					
					— 0,212	— 0,424	— 0,255	— 0,509	— 0,255		+ 0,255
	— 0,249	— 0,222	— 0,111								
		+ 0,051	+ 0,101	+ 0,095	+ 0,127	+ 0,063					
					— 0,011	— 0,0225	— 0,0135	— 0,027	— 0,0135		+ 0,0135
	— 0,027	— 0,024	— 0,012								
		+ 0,004	+ 0,007	+ 0,007	+ 0,009	+ 0,005					
					— 0,001	— 0,002	— 0,001	— 0,002	— 0,001		+ 0,001
	— 0,002	— 0,002	— 0,001								
		—	+ 0,001	+ 0,001	+ 0,001	—					
Knoopmoment tgv. δ_C in M^{III}	— 0,278	+ 0,278	+ 0,926	+ 0,985	— 1,911	— 2,7925	— 0,2695	+ 3,062	+ 3,3305	—	— 3,3305
idem bij *D* tgv. δ'_C in M^{VI}									+ 3,3305	—	+ 3,3305
								— 1,378	— 2,756	— 1,148	— 2,756
					+ 0,246	+ 0,492	+ 0,295	+ 0,591	+ 0,295		+ 0,295
								— 0,122	— 0,244	— 0,102	— 0,244
		— 0,039	— 0,077	— 0,072	— 0,096	— 0,048					
					+ 0,030	+ 0,061	+ 0,036	+ 0,073	+ 0,036		+ 0,036
								— 0,015	— 0,030	— 0,012	— 0,030
$M^{VI} = \frac{6EI\delta'_C}{\lambda^2}$ Sub-geval: $\mathbf{B}^{III}$	+ 0,021	+ 0,018	+ 0,009								
		— 0,006	— 0,012	— 0,011	— 0,015	— 0,008					
					+ 0,004	+ 0,008	+ 0,005	+ 0,010	+ 0,005		+ 0,005
								— 0,002	— 0,004	— 0,002	— 0,004
	+ 0,003	+ 0,003	+ 0,001								
		— 0,001	— 0,002	— 0,001	— 0,002	— 0,001					
					+ 0,001	+ 0,001	+ 0,001	+ 0,001	+ 0,001		+ 0,001
								—	— 0,001	—	— 0,001
	+ 0,001	—	—								
Knoopmoment tgv. δ'_C in M^{VI}	— 0,253	+ 0,253	+ 0,845	+ 0,901	— 1,743	— 2,2875	+ 0,0675	+ 2,220	+ 0,6325	— 1,264	+ 0,6325

Zijn de knoopmomenten eenmaal bekend, dan kunnen weer de vasthoudkrachten $P_A^{A\,II}$, enz. berekend worden (zie *fig. 19*).

Tenslotte geven we *C* een verticale verplaatsing δ_C en handelen op overeenkomstige wijze als voor de subgevallen $\mathbf{A}^{I}$ en $\mathbf{A}^{II}$ (zie *tabel VIII*, subgeval $\mathbf{A}^{III}$ en *fig. 19*).

Bij grondgeval **A** werkt er in *A* een naar boven gerichte kracht van 3 ton (zie *fig. 18*). We hebben deze richting de positieve richting genoemd. De algebraïsche som der vasthoudkrachten in *A* volgens de subgevallen $\mathbf{A}^{I}$, $\mathbf{A}^{II}$ en $\mathbf{A}^{III}$ moet gelijk zijn aan + 3 ton. Aangezien het knooppunt *B* onbelast is bij grondgeval **A**, zoo moet de algebraïsche som der vasthoudkrachten in *B* volgens de subgevallen $\mathbf{A}^{I}$ tot en met $\mathbf{A}^{III}$ gelijk zijn aan nul en voor knooppunt *C* blijkbaar gelijk aan: — 3 ton. We krijgen dus (zie *fig. 19*):

$$+ P_A^{A\,I} - P_A^{A\,II} + P_A^{A\,III} = + 3 \text{ t.}$$

$$- P_B^{A\,I} + P_B^{A\,II} - P_B^{A\,III} = 0.$$

$$+ P_C^{A\,I} - P_C^{A\,II} + P_C^{A\,III} = - 3 \text{ t.}$$

of volgens de berekende waarden der vasthoudkrachten uitgedrukt in M^{I}, M^{II} en M^{III} voor $\lambda = 6$ m (zie *fig. 19*):

$$\left.\begin{aligned} + 4{,}790\,M^{I} - 6{,}698\,M^{II} + 2{,}408\,M^{III} &= \\ &= + 18 \text{ tm} \\ - 6{,}702\,M^{I} + 14{,}826\,M^{II} - 11{,}815\,M^{III} &= 0 \\ + 2{,}410\,M^{I} - 11{,}816\,M^{II} + 22{,}192\,M^{III} &= \\ &= - 18 \text{ tm.} \end{aligned}\right\} \ldots (\mathbf{A})$$

We krijgen dus drie onafhankelijke vergelijkingen van het type:

$$\begin{aligned} a\,M^{I} + b\,M^{II} + c\,M^{III} &= p \\ b\,M^{I} + d\,M^{II} + e\,M^{III} &= q \\ c\,M^{I} + e\,M^{II} + f\,M^{III} &= r. \end{aligned}$$

De coëfficiënten van M^{I}, M^{II} en M^{III} liggen dus symmetrisch ten opzichte van de hoofddiagonaal van den determinant door deze gevormd. De vasthoudkracht in *B* door een kracht in *A* moet n.l. even groot zijn als de vasthoudkracht in *A* door een kracht

in B, zooals met behulp van de wederkeerigheidswet van Maxwell gemakkelijk kan worden bewezen.

In deze symmetrie hebben we bijgevolg een eenvoudige contrôle op de uitkomsten voor de vasthoudkrachten.

De vergelijkingen (**A**) kunnen het gemakkelijkst opgelost worden met behulp van determinanten. We vinden dan:

$M^{I} = 12{,}727$ tm, $M^{II} = 6{,}957$ tm en $M^{III} = 1{,}511$ tm.

Hiermede zijn de verplaatsingen δ_A, δ_B en δ_C eveneens bekend, zoodat, na onderzoek van grondgeval **B**, de werkelijke zakkingen van de knooppunten hieruit bepaald kunnen worden (zie verder).

Nu M^{I}, M^{II} en M^{III} bekend zijn, kunnen de knoopmomenten volgens de subgevallen $\mathbf{A}^{I}$, $\mathbf{A}^{II}$ en $\mathbf{A}^{III}$ berekend worden. De waarden, welke hiervoor gevonden worden, zijn bijeengebracht in bijgaande *verzameltabel IX*.

Tabel IX.

Knooppunt	Staaf	Knoopmomenten in tm									Na correctie
		$\mathbf{A}^{I}$	$\mathbf{A}^{II}$	$\mathbf{A}^{III}$	**A**	$\mathbf{B}^{I}$	$\mathbf{B}^{II}$	$\mathbf{B}^{III}$	**B**	**A + B**	
A	aa′	— 14,089	+ 9,239	— 0,420	— 5,270	— 1,281	+ 3,691	— 0,810	+ 1,600	— 3,670	— 3,669
	ab	+ 14,089	— 9,239	+ 0,420	+ 5,270	+ 1,281	— 3,691	+ 0,810	— 1,600	+ 3,670	+ 3,669
B	ba	+ 16,392	— 14,060	+ 1,399	+ 3,731	+ 1,489	— 5,594	+ 2,706	— 1,399	+ 2,332	+ 2,331
	bb′	— 7,407	— 1,391	+ 1,488	— 7,310	— 0,676	— 0,516	+ 2,885	+ 1,693	— 5,617	— 5,613
	bc	— 8,998	+ 15,451	— 2,888	+ 3,565	— 0,813	+ 6,110	— 5,581	— 0,284	+ 3,281	+ 3,282
C	cb	— 3,169	+ 12,822	— 4,219	+ 5,434	— 0,274	+ 4,8825	— 7,325	— 2,7165	+ 2,7175	+ 2,718
	cc′	+ 1,056	— 4,279	— 0,407	— 3,630	+ 0,105	— 1,889	+ 0,216	— 1,568	— 5,198	— 5,190
	cd	+ 2,113	— 8,550	+ 4,627	— 1,810	+ 0,169	— 2,996	+ 7,108	+ 4,281	+ 2,471	+ 2,472
D	dc	+ 1,056	— 4,279	+ 5,032	+ 1,809	+ 0,017	— 0,324	+ 2,025	+ 1,718	+ 3,527	+ 3,528
	dd′	—	—	—	—	— 0,036	+ 0,650	— 4,047	— 3,433	— 3,433	— 3,437
	de	— 1,056	+ 4,279	— 5,032	— 1,809	+ 0,017	— 0,324	+ 2,025	+ 1,718	— 0,091	— 0,091
E	ed	— 2,113	+ 8,550	— 4,627	+ 1,810	+ 0,169	— 2,996	+ 7,108	+ 4,281	+ 6,091	+ 6,091
	ee′	— 1,056	+ 4,279	+ 0,407	+ 3,630	+ 0,105	— 1,889	+ 0,216	— 1,568	+ 2,062	+ 2,060
	ef	+ 3,169	— 12,822	+ 4,219	— 5,434	— 0,274	+ 4,8825	— 7,325	— 2,7165	— 8,1505	— 8,151
F	fe	+ 8,998	— 15,451	+ 2,888	— 3,565	— 0,813	+ 6,110	— 5,581	— 0,284	— 3,849	— 3,849
	ff′	+ 7,407	+ 1,391	— 1,488	+ 7,310	— 0,676	— 0,516	+ 2,885	+ 1,693	+ 9,003	+ 8,979
	fg	— 16,392	+ 14,060	— 1,399	— 3,731	+ 1,489	— 5,594	+ 2,706	— 1,399	— 5,130	— 5,130
G	gf	— 14,089	+ 9,239	— 0,420	— 5,270	+ 1,281	— 3,691	+ 0,810	— 1,600	— 6,870	— 6,870
	gg′	+ 14,089	— 9,239	+ 0,420	+ 5,270	— 1,281	+ 3,691	— 0,810	+ 1,600	+ 6,870	+ 6,870

We gaan thans over tot het onderzoek van grondgeval **B**. Dit splitsen we weer in de drie subgevallen $\mathbf{B}^{I}$, $\mathbf{B}^{II}$ en $\mathbf{B}^{III}$, zooals in bijgaande *figuur 20* geteekend. Nu zullen de bovenrandknooppunten wanneer de ligger aan de einden is opgelegd, zich ten opzichte van de onderrandknooppunten bij deze belasting verplaatsen (zie *fig. 18*). Bovendien wordt de stijl DD' *wel* gebogen, zooals gemakkelijk valt in te zien. We zullen dus straks D en D' nu ook gelijktijdig los moeten laten, zoodat we de hiertoe benoodigde vereffeningscoëfficiënten moeten bepalen. We vinden hiervoor:

$$M_{DC} : M_{DD'} : M_{DE} = \frac{4 \cdot 3{,}6\, EI}{\lambda} : \frac{3 \cdot EI}{\frac{1}{2}\lambda} : \frac{4 \cdot 3{,}6\, EI}{\lambda} =$$

$$= 2{,}4 : 1 : 2{,}4.$$

Ten einde de zooeven genoemde horizontale verplaatsing van de bovenrandknooppunten te omzeilen, houden we den middenstijl DD' in verticale richting vast (zie *fig. 18*), maar beletten niet zijn buiging en laten op de linker helft in A een kracht van 1 ton naar beneden (= de reactiekracht) en in C een kracht van 3 ton naar boven werken. We geven nu achtereenvolgens A, B en C resp. verplaatsingen δ'_A, δ'_B en δ'_C en bepalen voor elk geval afzonderlijk de primaire momenten, die wij vereffenen. Wij kunnen hiervoor echter gebruik maken van dezelfde vereffeningstabel als voor de subgevallen $\mathbf{A}^{I}$, $\mathbf{A}^{II}$ en $\mathbf{A}^{III}$.

Voor subgeval $\mathbf{B}^{I}$ bijvoorbeeld (zie *tabel VI*, subgeval $\mathbf{B}^{I}$), vereffenen we dan de primaire knoopmomenten M^{IV}, waarbij wij nog steeds den stijl DD' ingeklemd houden. Maar dit is dan geheel dezelfde vereffening als voor subgeval $\mathbf{A}^{I}$, met dien verstande dat men nu M^{I} vervangen denken moet door M^{IV}.

Uiteindelijk werkt dan op D in DC een knoopmoment: $+ 0{,}083\ M^{IV}$ (zie betreffende *tabel VI*) en evenzoo op D, maar nu in DE nogmaals een moment: $+ 0{,}083\ M^{IV}$, hetgeen onmiddellijk volgt uit de beschouwing van het belastingsgeval **B** (zie *fig. 18*). Op D werkt dus nog een totaal moment van: $2 \cdot 0{,}083\ M^{IV}$, dat alsnog vereffend moet worden. Daartoe laten we D nu los en vervolgens C, B en A (zie *tabel VI* voor subgeval $\mathbf{B}^{I}$). We vinden op deze wijze als het ware de knoopmomenten ten gevolge van δ'_A door een correctie toe te passen op de knoopmomenten ten gevolge van δ_A.

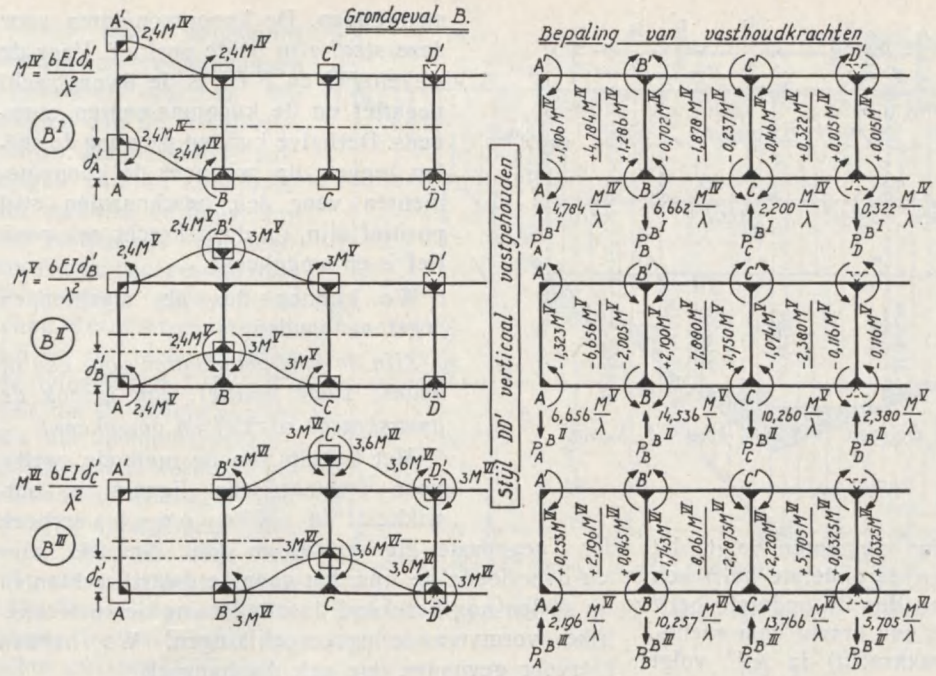

Fig. 20.

Hetzelfde doen we voor de overige subgevallen $\mathbf{B^{II}}$ en $\mathbf{B^{III}}$ (zie *tabellen VII* en *VIII* voor subgevallen $\mathbf{B^{II}}$ en $\mathbf{B^{III}}$). Daarna berekenen we weer de vasthoudkrachten (zie *fig. 20*) en stellen de evenwichtsvergelijkingen op voor grondgeval **B**, waaruit de onbekenden M^{IV}, M^{V} en M^{VI} berekend kunnen worden. We krijgen (zie *fig. 20*):

$$+ P_A^{B^I} - P_A^{B^{II}} + P_A^{B^{III}} = -1 \text{ tm}$$
$$- P_B^{B^I} + P_B^{B^{II}} - P_B^{B^{III}} = 0$$
$$+ P_C^{B^I} - P_C^{B^{II}} + P_C^{B^{III}} = +3 \text{ tm}$$

of voor $\lambda = 6$ m:

$$\left.\begin{aligned} +4{,}784\,M^{IV} - 6{,}656\,M^{V} + 2{,}196\,M^{VI} &= -6 \text{ tm} \\ -6{,}662\,M^{IV} + 14{,}536\,M^{V} - 10{,}257\,M^{VI} &= 0 \\ +2{,}200\,M^{IV} - 10{,}260\,M^{V} + 13{,}766\,M^{VI} &= +18 \text{ tm} \end{aligned}\right\} \dots \textbf{(B)}$$

Na oplossing vinden we hieruit: $M^{IV} = 1{,}158$ tm, $M^{V} = 2{,}790$ tm en $M^{VI} = 3{,}202$ tm, zoodat de knoopmomenten volgens de subgevallen $\mathbf{B^I}$, $\mathbf{B^{II}}$ en $\mathbf{B^{III}}$ berekend kunnen worden en tevens de verplaatsingen δ'_A, δ'_B en δ'_C bekend zijn.

De uitkomsten voor de knoopmomenten volgens subgevallen $\mathbf{B^I}$, $\mathbf{B^{II}}$ en $\mathbf{B^{III}}$ zijn eveneens verzameld in de *verzameltabel IX*.

Nu beide grondgevallen **A** en **B** onderzocht zijn, waarbij we er aan herinneren dat de middenstijl verticaal ingeklemd resp. verticaal vastgehouden werd, kunnen we de knoopmomenten voor het gegeven belastingsgeval berekenen door telkens de 6 knoopmomenten volgens de subgevallen $\mathbf{A^I}$, $\mathbf{A^{II}}$, $\mathbf{A^{III}}$, $\mathbf{B^I}$, $\mathbf{B^{II}}$ en $\mathbf{B^{III}}$ algebraïsch bij elkaar op te tellen. Deze waarden zijn eveneens opgenomen in de *verzameltabel IX*.

Als contrôle hebben we, dat wanneer we bij deze knoopmomenten nu de vasthoudkrachten berekenen, we hiervoor moeten vinden, dat de kracht in A gelijk is aan 2 ton (naar boven), in B, C en D nul, in E gelijk aan 6 ton (naar beneden), in F nul en in G gelijk aan 4 ton (naar boven).

In bijgaande *figuur 21* zijn deze knoopmomenten voor de randen ingeschreven en telkens voor elk veld de som der knoopmomenten bepaald. We zien, dat we voor de velden links van E vinden: + 12 tm en voor de velden rechts van E: — 24 tm. Daar nu de berekende waarden als gevolg van de afrondingen bij de vereffening iets afwijken van de zooeven genoemde exacte waarden en deze fouten storend werken, kunnen we voor dit eenvoudige geval deze kleine verschillen wegwerken door de fout per veld te verdeelen naar verhouding van de grootte der knoopmomenten (zie *fig. 21*).

Nu alle knoopmomenten bekend zijn, kunnen we de krachtsverdeeling bepalen in den raamligger (zie *fig. 22*). In de momentnulpunten van de staven worden daartoe de afschuivende krachten en normaalkrachten aangegeven. Voor stijl AA' is de afschuivende kracht: $D_{AA'} = \dfrac{M_{AA'} + M_{A'A}}{\lambda} = 1{,}223$ ton.

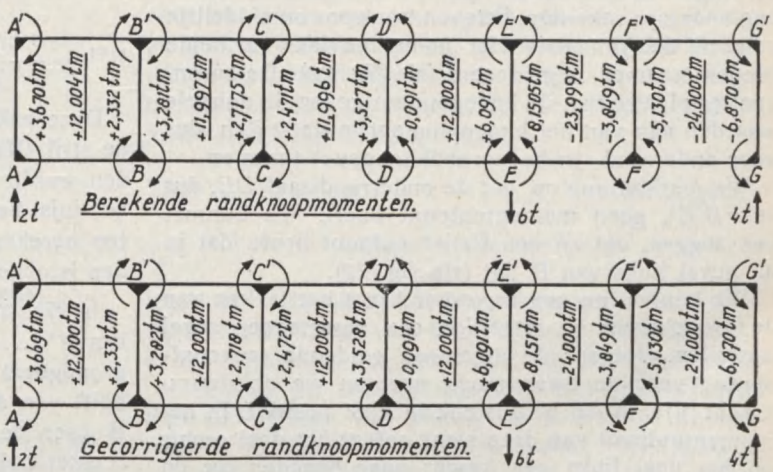

Fig. 21.

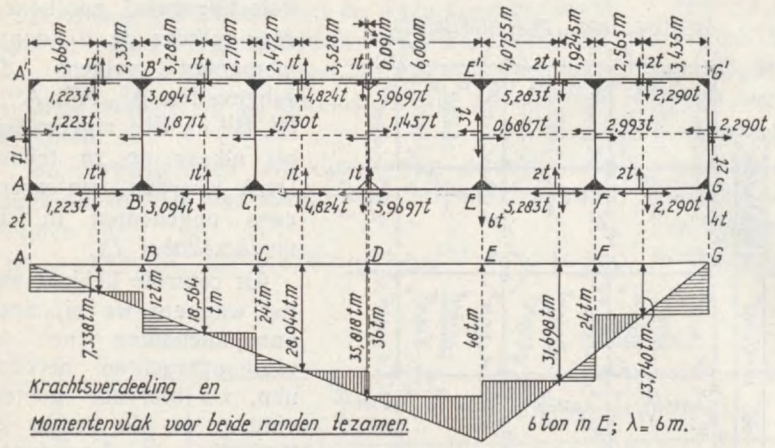

Fig. 22.

Uit de draaiingsrichting der momenten volgt, dat de bovenste helft van AA' op de onderste helft een kracht naar links uitoefent en dus de onderste helft van AA' op de bovenste helft een kracht naar rechts. De normaalkracht $N_{AA'}$ (drukkracht) in AA' volgt uit:

$$M_{BA} = (A - N_{AA'}) \cdot \lambda - D_{AA'} \cdot \tfrac{1}{2}\lambda$$

of: $2{,}331 = (2 - N_{AA'}) \cdot 6 - 1{,}223 \cdot 3$

en dus: $N_{AA'} = 1$ ton (druk).

De afschuivende kracht in AB en $A'B'$ is gelijk aan 1 ton, hetgeen dadelijk volgt uit de symmetrie. De normaalkracht in deze staven is gelijk aan de afschuivende kracht in AA', maar kan ook berekend worden door het moment ten gevolge van de belasting ter plaatse van het momentnulpunt in AB (en dus ook van $A'B'$) te deelen door de liggerhoogte λ. Derhalve $\frac{7{,}338}{6} = 1{,}223$ ton. Uiteraard is deze normaalkracht voor AB een trekkracht en voor $A'B'$ een drukkracht. De normaalkracht $N_{BB'}$ in BB' is nul en dus hebben we hierin slechts een afschuivende kracht. Zoo voortgaande kunnen we de geheele krachtsverdeeling bepalen. Als contrôle hebben we, dat bij de verticale belasting de algebraïsche som van de afschuivende krachten in de stijlen nul moet zijn. Blijkbaar neemt de onder- en bovenrand ieder de helft van de belasting voor zijn rekening, hetgeen trouwens onmiddellijk volgt uit de symmetrie. Het momentenvlak voor beide randen tezamen is gearceerd (zie *fig. 22*). De sprongen ter plaatse van de knooppunten geven de dubbele waarden aan van het knoopmoment in de stijlen, dus voor onderrand- en bovenrandknooppunt tezamen.

We merken nog op, dat de onderrandstaaf DE, dus ook $D'E'$, geen momentnulpunt heeft. We kunnen ook zeggen, dat zij een fictief nulpunt heeft, dat in dit geval links van D ligt (zie *fig. 22*).

We kunnen nu nog in verband met het teeken van de dwarskracht in de stijlen een algemeenen regel opstellen. Volgens de algemeen geldende teekenafspraak voor de dwarskracht noemen we de dwarskracht bijv. in AB en dus ook in $A'B'$ positief. In het momentnulpunt van deze staaf oefent het deel rechts op het deel links een kracht naar beneden uit en het deel links op het deel rechts een even groote kracht naar boven. De knoopmomenten voor deze staaf zijn beide positief. Voor de staven FG en $F'G'$ is de dwarskracht negatief en de knoopmomenten eveneens. Derhalve kunnen we voor de stijlen zeggen, dat wanneer de knoopmomenten voor den beschouwden stijl positief zijn, de dwarskracht ook positief is en omgekeerd.

We kunnen dus als algemeenen regel aanhouden:

Zijn de knoopmomenten voor een of andere staaf positief, dan is ook de dwarskracht positief en omgekeerd.

Met behulp van de methode, welke voor symmetrische liggers is ontwikkeld in K l o p p e r, Leerboek der Toegepaste Mechanica, 3e deel, Nr. 241, zijn ten overvloede de waarden voor de dwarskrachten in de stijlen nog berekend door oplossing der betrekkelijke vormveranderingsvergelijkingen. We hebben hiervoor gevonden (zie ook Aanhangsel):

$D_{AA'} = 1{,}226$ t, $D_{BB'} = 1{,}870$ t, $D_{CC'} = 1{,}728$ t,
$D_{DD'} = 1{,}146$ t, $D_{EE'} = 0{,}684$ t, $D_{FF'} = 2{,}996$ t,
$D_{GG'} = 2{,}290$ t (vergelijk de waarden in *fig. 22*).

We hebben in het voorgaande de momenten M^{I} t/m M^{VI} berekend en reeds opgemerkt, dat de zakkingen δ_A, δ_B, δ_C, δ'_A, δ'_B en δ'_C nu ook bekend waren. Deze bedragen, daar $P = 6$ ton en $\lambda = 6$ m is:

$$M^{I} = \frac{6EI\delta_A}{\lambda^2} = 12{,}727 \text{ tm} \quad \text{of} \quad \delta_A = 0{,}3535\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$M^{II} = \frac{6EI\delta_B}{\lambda^2} = 6{,}957 \text{ tm} \quad \text{of} \quad \delta_B = 0{,}19325\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$M^{III} = \frac{6EI\delta_C}{\lambda^2} = 1{,}511 \text{ tm} \quad \text{of} \quad \delta_C = 0{,}042\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$M^{IV} = \frac{6EI\delta'_A}{\lambda^2} = 1{,}158 \text{ tm} \quad \text{of} \quad \delta'_A = 0{,}032\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$M^{V} = \frac{6EI\delta'_B}{\lambda^2} = 2{,}790 \text{ tm} \quad \text{of} \quad \delta'_B = 0{,}0775\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$M^{VI} = \frac{6EI\delta'_C}{\lambda^2} = 3{,}202 \text{ tm} \quad \text{of} \quad \delta'_C = 0{,}089\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

Deze zakkingen gelden echter voor het geval, dat de stijl DD' ingeklemd is, resp. verticaal vastgehouden wordt. We zullen bijgevolg aan de hand van de zoo juist berekende zakkingen nog de zakkingen moeten berekenen voor het geval de ligger aan de einden is opgelegd.

In *fig. 23* zijn daartoe ten opzichte van een nullijn $A'.....G'$ deze waarden uitgezet. Voor het grondgeval **A** zoowel voor de linker als de rechter helft van den ligger naar boven en voor grondgeval **B** voor de linker helft naar boven, maar voor de rechter helft naar beneden in overeenstemming met den aard van de belasting.

Voor ieder knooppunt worden de verplaatsingen algebraïsch opgeteld. We krijgen dan de streep-stippellijn. De werkelijke zakkingen van de knooppunten, wanneer de ligger aan de einden is opgelegd, worden nu voorgesteld door de ordinaten gelegen tusschen deze streep-stippellijn en de verbindingslijn der opleggingen $A''G''$. We zien, dat als gevolg van het feit, dat de middenstijl bij grondgeval **B** verticaal gehouden is, de ligger niet op zijn opleggingen rust, maar tusschen deze een hoogteverschil bestaat van $2\,\delta'_A$. Wenschen we de zakkingen te meten ten opzichte van den oorspronkelijk rechten onderrand, dan zullen we den ligger om het punt D moeten draaien over een hoek $\frac{\delta'_A}{3\lambda}$ waardoor de oplegging A een bedrag δ'_A zakt, daarentegen de oplegging G een bedrag δ'_A stijgt. De getrokken lijn geeft dan de werkelijke zakkingen van den ligger ten opzichte van de horizontale nullijn $A.....G$. Bij deze draaiing draaien alle stijlen over denzelfden hoek, de bovenrandknooppunten verplaatsen zich derhalve ten opzichte van de onderrandknooppunten over een afstand $\delta_h = \frac{1}{3}\,\delta'_A$ naar links.

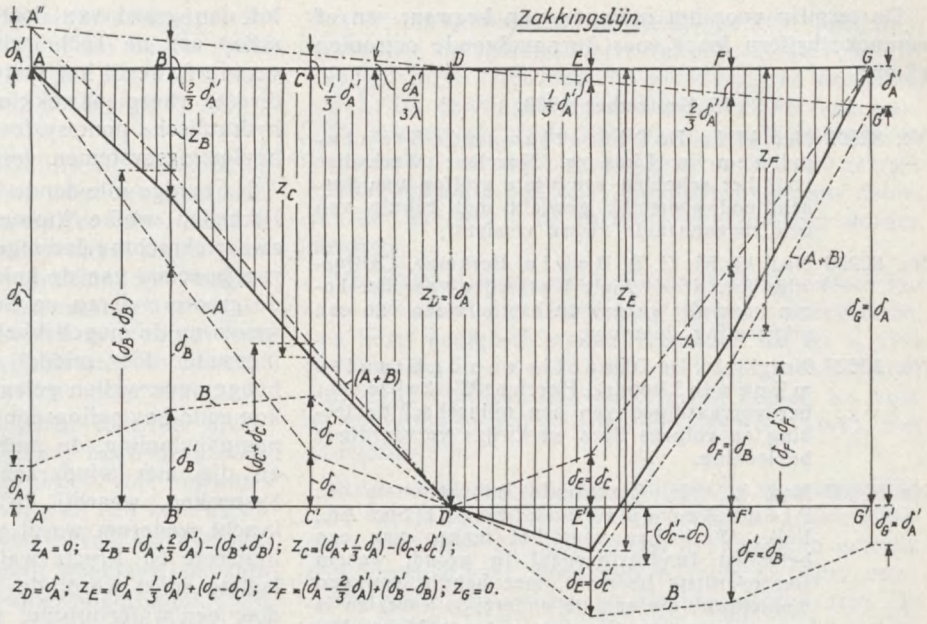

Fig. 23.

De werkelijke zakkingen kunnen uit de figuur afgelezen worden en bedragen:

$z_A = 0$

$$z_B = (\delta_A + \tfrac{2}{3}\delta'_A) - (\delta_B + \delta'_B) = 0{,}104\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$z_C = (\delta_A + \tfrac{1}{3}\delta'_A) - (\delta_C + \delta'_C) = 0{,}233\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$z_D = \delta_A = 0{,}3535\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$z_E = (\delta_A - \tfrac{1}{3}\delta'_A) + (\delta'_C - \delta_C) = 0{,}390\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$$z_F = (\delta_A - \tfrac{2}{3}\delta'_A) + (\delta'_B - \delta_B) = 0{,}2165\,\frac{P\lambda^3}{6EI}$$

$z_G = 0$.

Wenscht men invloedslijnen te teekenen voor de knoopmomenten dan wel voor de dwarskracht in de stijlen en randstaven, dan kan men met behulp van voorgaande methode achtereenvolgens een last van 1 ton plaatsen in B, C en D. Voor het geval $P = 1$ ton in E en F kunnen we de momenten c.q. dwarskrachten het snelst bepalen door spiegelen van de waarden, welke gevonden worden voor $P = 1$ ton in C en B. We kunnen hierbij gebruik maken van dezelfde vasthoudkrachten als voor voorgaand geval, aangezien deze algemeen zijn opgesteld (zie *fig. 19* en *20*). In de evenwichtsvergelijkingen (**A**) en (**B**) veranderen dan slechts de rechter leden. Voor het geval, dat de last $P = 1$ ton in D, dus in het midden, hangt, hebben we slechts de 3 vergelijkingen volgens grondgeval **A** noodig.

Het voordeel van de beschreven werkwijze voor de berekening der knoopmomenten is gelegen in het feit, dat bij toepassing van de methode Cross we erin geslaagd zijn de 6 benoodigde vergelijkingen te splitsen in twee stel van 3 onafhankelijke vergelijkingen, welke eenvoudiger op te lossen zijn dan 6 vergelijkingen met 6 onbekenden. Hierdoor is tevens het cijferwerk voor de vereffening der primaire knoopmomenten aanmerkelijk bekort.

(Slot volgt.)

BERICHTEN VAN ALLERLEI AARD.

Octrooien.

De ondervolgende octrooiaanvragen zijn 15 Mei 1939 o.m. openbaar gemaakt. Onder de aandacht van belanghebbenden wordt gebracht, dat aan den Octrooiraad te 's-Gravenhage te richten bezwaarschriften tegen de verleening van octrooi- en verzoekschriften tot het verkrijgen van een recht als voorgebruiker of tot vermelding van een naam van den uitvinder in het octrooi, bij het Kantoor voor den Industrieelen Eigendom (Dept. van Justitie) te Batavia-C. kunnen worden ingediend, onder aanteekening, dat tegen de verleende octrooien niet anders kan worden opgekomen dan door een vordering tot nietigverklaring of opeisching bij de gewone rechters in Nederland.

De termijn voor het indienen van bezwaar- en/of verzoekschriften loopt voor de navolgende octrooien af op:

15 September 1939.

No. 82692 Ned. kl. l.c. De Directie van de Staatsmijnen in Limburg, Heerlen: Werkwijze voor het scheiden van vaste stoffen van verschillend soortelijk gewicht met behulp van een zoogenaamde zware vloeistof.

No. 80256 Ned. kl. 5a. C. P. Bowie, Berkeley, Californië, Ver. St. v. Am.: Werkwijze voor het boren naar olie en gas en het bereiden van een dikspoeling daarvoor.

No. 83627 Ned. kl. 5c. De Directie van de Staatsmijnen in Limburg, Heerlen: Werkwijze voor het vervaardigen van een mijnschachtbekleeding en volgens deze werkwijze vervaardigde bekleeding.

No. 81837 Ned. kl. 84c. Compagnie Internationale des Pieux Armés Frankignoul, Soc. An., Luik: Werkwijze voor het maken van een betonnen fundeeringspaal in grond, waarin een overdruk heerscht, met behulp van een mantelbuis, die aan de onderzijde voorzien is van een vaste verlenging met een binnendiameter, grooter dan de inwendige diameter van de buis.

No. 84853 Ned. kl. 20d. Waggonfabrik Talbot G.m.b.H., Aken, Duitschland: Draaistel voor een op rails loopend voertuig.

No. 85340 Ned. kl. 20d. Achslager-Syndikat, te Berlijn: Aspot met omloop- en ondersmering voor een over rails rijdend voertuig.

No. 85358 Ned. kl. 20d. Bochumer Verein für Guszstahlfabrikation Aktiengesellschaft, te Bochum, Duitschland: Veerend wiel, in het bijzonder voor een spoorwegvoertuig.

No. 81540 Ned. kl. 34i. Donar Türen Werke G. m. b. H., Hamburg: Vulling voor meubelplaten, deuren, tusschenwanden, plafonds en dergelijke afscheidingen alsmede werkwijze ter vervaardiging daarvan.

No. 85438 Ned. kl. 61a. Auergesellschaft Aktiengesellschaft, Berlijn: Kapvormig gasmasker met uitademklep.

No. 85130 Ned. kl. 61a. Auergesellschaft Aktiengesellschaft, Berlijn: Gasmasker-ademfilterhuis.

No. 87321 Ned. kl. 37a. N. V. ARO Fabrieken voor Vervaardiging van Steengaas en andere Bouwmaterialen, Utrecht: Vrij hangende plafonds onder toepassing van een gelascht netwerk en werkwijze voor het vervaardigen daarvan.

No. 85489 Ned. kl. 81e. Société Anonyme La Paroi Hydraulique, Parijs: Reservoir van gewapend beton voor zich niet met water vermengende vloeistoffen met een enkelen monolithischen wand.

No. 85306 Ned. kl. 85d. Ir. S. Snuyf, Soerabaja: Inrichting voor het afleveren van een vooraf bepaalde hoeveelheid water uit een onder bedrijfsdruk staand leidingstelsel of reservoir.

BOEKBESPREKING.

Ir. W. J. van Blommestein: Een nieuw pompsysteem in Ned.-Indië voor irrigatie en ontwatering.

In het, onder bovenstaanden titel verschenen proefschrift, waarmede de schrijver op 30 Mei j.l. met lof den graad van doctor in de Technische Wetenschap aan de Technische Hoogeschool te Bandoeng verwierf, wordt het systeem van pompbevloeiing met directe energieopwekking door waterkracht, het z.g. hydraulische pompsysteem beschreven en met andere bevloeiingssystemen vergeleken.

Na eenige inleidende beschouwingen over de moeilijkheden welke kunnen optreden bij de gewone zwaartekrachtbevloeiingen uit groote Indische rivieren, speciaal van de kolonisatieterreinen gelegen aan de groote rivieren op Sumatra en Borneo, wordt gewezen op de mogelijkheid van opvoering van bevloeiingswater door middel van pompen naar het op de hooge oeverwallen gelegen terrein. De in aanmerking komende bevloeiingspompsystemen, t.w. de calorische pompbevloeiing, de pompbevloeiing met waterkracht en die met windkracht, worden achtereenvolgens besproken, waarbij de pompbevloeiing met waterkracht wederom wordt verdeeld in de systemen met indirecte en directe waterkrachtopwekking. Bij deze laatste soort wordt de benoodigde energie geleverd door een waterturbine, welke direct is gekoppeld aan het wateropvoerwerktuig, waarmede het bevloeiingswater op het vereischte peil wordt gebracht.

De voor- en nadeelen van de verschillende systemen worden opgesomd, alsmede wordt een kostenvergelijking opgesteld voor de bevloeiing van de vlakte van Zuid-Banjoemas uit de K. Serajoe. In deze kostenvergelijking worden de kosten per bevloeide bouw voor een zwaartekrachtbevloeiing met vrijen inlaat en voorkanaal, met vasten stuwdam en met beweegbare stuw becijferd op resp. *f* 3,55, *f* 3,13 en *f* 3,03, terwijl de kosten voor een pompbevloeiing met calorische energieopwekking, met indirecte eigen waterkrachtopwekking, met indirecte waterkrachtopwekking door derden en met directe waterkrachtopwekking berekend worden op *f* 3,86, *f* 2,80, *f* 2,89, *f* 2,04 en *f* 2,10. Hieruit blijkt dat het laatstgenoemde hydraulische pompsysteem tot een zeer goedkoope wijze van bevloeiing kan leiden.

Daarna wordt aan de hand van een beschouwing over het ontstaan van de alluviale laagvlakten en de beschrijving van het stroomgebied van de Barito in Borneo en van de K. Serajoe in Banjoemas aangetoond, dat in deze vlakten de mogelijkheid tot opwekking van de benoodigde waterkracht aanwezig is, terwijl vervolgens een beschrijving van den algemeenen opzet van een irrigatieontwerp met hydraulisch pompsysteem wordt gegeven. Hierbij wordt gewezen op de te treffen maatregelen tegen het te verwachten slibbezwaar bij de vrije uitlaatsluis en op de mogelijkheid van mechanische verwijdering van de in het slibbekken afgezette stoffen met behulp van slibpompen. De voor deze pompen benoodigde electrische energie kan worden opgewekt door een, ook in het pompstation opgestelden, generator. Aangegeven wordt tevens op welke wijze van deze pompen mede gebruik kan worden gemaakt voor de ontgraving van het hoofdkanalenstelsel.

De (voor het hydraulische pompsysteem) benoodigde machinale installatie vindt uitvoerige bespreking, waarbij de verschillende soorten waterkrachtmachines en opvoerwerktuigen worden beschouwd. Aan de hand van de door hem ingestelde onderzoe-

kingen en bij de groote machinefabrikanten ingewonnen inlichtingen komt de schrijver tot de conclusie dat voor de waterkrachtmachine de Kaplan-turbine en voor het opvoerwerktuig de Kaplan-pomp het meest aangewezen is.

De inrichting van het hydraulische pompstation wordt nader beschreven en de schrijver geeft als uitgewerkt voorbeeld het ontwerp, dat door hem is opgemaakt van de Serajoe-bevloeiingswerken. Een beschrijving met foto's van de modelonderzoekingen, welke in het waterloopkundig laboratorium te Semarang ten behoeve van dat ontwerp zijn uitgevoerd, alsmede een raming van de aanlegkosten en jaarlijksche lasten volgen als slot van deze bespreking.

In een volgend hoofdstuk wijst de schrijver op de mogelijkheid om de hoofdwerken van het hydraulische pompbevloeiingssysteem te gebruiken voor ontwatering en voor colmatagebevloeiing van een moeraspolder en geeft daarvan een gedetailleerde uitwerking.

In de slotbeschouwingen wordt nogmaals de aandacht gevestigd op de toepassingsmogelijkheid van het hydraulische pompsysteem voor de bevloeiing en de afwatering van, in de buitengewesten langs de groote rivieren te stichten, kolonisatieterreinen. Mede wordt op de mogelijkheid gewezen van toepassing van turbine-pompaggregaten in combinatie met hetzij bestaande, hetzij nieuw te bouwen opstuwinrichtingen, waardoor bevloeiing van hooggelegen gronden mogelijk wordt en ook bemaling van moerasgebieden. Uit een zestal foto's van het in het waterloopkundig laboratorium te Semarang onderzochte model blijkt de eenvoudige constructie van een dergelijke secundaire turbinepomp.

Een lijst van de uitgebreide literatuur welke is geraadpleegd, alsmede de bij de promotie geponeerde stellingen besluiten het proefschrift.

Zooals door den eersten promotor, prof. ir. C. G. J. Vreedenburgh, in zijn aan het einde van de promotie tot den jongen doctor gehouden toespraak — opgenomen in *De Ingenieur in Ned.-Indië* No. 6 1939 — werd opgemerkt, treft ons in de eerste plaats de veelzijdigheid van het probleem, welke een grondige studie noodzakelijk maakte, niet alleen van de waterkrachtbouw en irrigatie, doch ook van de techniek der waterturbines, pompen, enz.

Deze veelzijdigheid van het probleem heeft evenwel het gevolg, dat de schrijver aan enkele bedenkingen tegen het systeem n.h.v. niet voldoende aandacht heeft kunnen schenken.

Allereerst moge er op gewezen worden, dat het hydraulische pompsysteem alleen toegepast kan worden, indien in de voedingsrivier een groote overmaat van water beschikbaar is. Immers zal bij een vrijen inlaat uit een breede rivier slechts een deel van het aangevoerde water kunnen worden afgetapt (in vele gevallen ten hoogste 1/4 à 1/5) terwijl van het door de inlaatsluis stroomende water maar een gedeelte als bevloeiingswater kan worden benut. Welk gedeelte dit laatste is, hangt af van het voor de turbine beschikbare verval en de benoodigde opvoerhoogte van de pompen.

Bij het door den schrijver uitgewerkte voorbeeld van de Serajoe-bevloeiing wordt voor het maximum vereischte bevloeiingsdebiet van 20 m^3/sec een benoodigd in te laten debiet van 40 m^3/sec becijferd, terwijl bij een ingelaten debiet van 22 m^3/sec maar 9,55 m^3/sec als bevloeiingswater beschikbaar komt. Voor het ter beschikking krijgen van bijv. 20 m^3/sec bevloeiingswater zal dus tenminste over een debiet van 200 m^3/sec in de voedingsrivier moeten worden beschikt.

Voor kolonisatieterreinen in de Buitengewesten komen allereerst in aanmerking groote oppervlakten, van liefst eenige tientallen duizenden ha, en in vele gevallen zal in de nabijheid van deze groote vlakten een rivier met een zoo overvloedig debiet, als voor de hydraulische pompbevloeiing vereischt wordt, niet aanwezig zijn.

Mede moet nog gewezen worden op de omstandigheid dat de hooge oeverwallen langs de groote rivieren veelal door de autochthone bevolking in gebruik zijn genomen voor eigen cultures (rubber, peper, enz.) zoodat zij niet voor kolonisatie beschikbaar zijn. De oppervlakte van de op deze oeverwallen nog beschikbare gronden, welke dan door middel van hydraulische pompbevloeiing van water kunnen worden voorzien, is veelal klein ten opzichte van de oppervlakte van de daarachter liggende gronden, waarvan bevloeiing door zwaartekracht mogelijk is. Een kostenvergelijking, zooals deze door den schrijver voor de Serajoewerken is gegeven, gaat dan niet meer op, doch wijzigt zich in het nadeel van het hydraulische pompsysteem.

Ook zullen n.h.v. in meerdere gevallen de achter de oeverwallen gelegen gronden, nadat zoonoodig de afwatering verbeterd is, tot een zoodanige oppervlakte in een zwaartekrachtbevloeiingsstelsel kunnen worden opgenomen, dat het beschikbare rivierdebiet geheel of grootendeels voor dit doel kan worden benut, zoodat niet voldoende water meer beschikbaar is voor het opwekken van de benoodigde energie voor het hydraulische pompsysteem.

Tenslotte moge er nog de aandacht op worden gevestigd, dat de door het water medegevoerde stoffen steeds de noodige oplettendheid zullen vragen, ook al worden de door den schrijver aangegeven maatregelen getroffen. Aan den eisch, dat het voor den landbouw nuttige slib moet worden doorgelaten en de andere medegevoerde stoffen moeten worden verwijderd, zal steeds moeilijk en volledig kunnen worden voldaan. Er zullen n.h.v. op onverwachte en ongewenschte plaatsen slibophoopingen optreden, speciaal als voor het opwekken van electrische energie bijv. voor pompdoeleinden ook bij bandjir groote hoeveelheden zeer slibrijk water moeten worden ingelaten.

Niettegenstaande deze bedenkingen is het hydraulische pompsysteem van zoodanige importantie, dat bij het ontwerpen van nieuwe irrigatiewerken terdege de mogelijkheid van toepassing van dat systeem in beschouwing zal moeten worden genomen.

Toepassing van het systeem door gebruikmaking van de in de slotbeschouwingen genoemde secundaire bevloeiingspompen in combinatie van opzetinrichtingen, is zonder twijfel op vele plaatsen doenlijk. Me-

nige ervaren irrigatieingenieur zal daarvan enkele mogelijkheden kunnen opnoemen.

Iedere ingenieur, die belast is met het ontwerpen van irrigatiewerken en ook de studeerenden aan de Technische Hoogescholen zullen daarom goed doen met zich op de hoogte te stellen van den inhoud van het proefschrift van dr. ir. van Blommestein.

De uitgave geschiedde door de N. V. Drukkerij J. D. de Boer te Tegal op eenvoudige, goed verzorgde wijze.

Gr. v. R.

ONTVANGEN GESCHRIFTEN.

Statistisch Jaarboek Tin.

Uitgave International Tin Research and Development Council. Prijs: *f* 3,60.

De editie 1939 van het statistisch jaarboek van de International Tin research and Development Council, samengesteld door het statistisch bureau van den Council te den Haag, is thans verschenen. De ontwikkeling van den wereld-tinmijnbouw van een productie van 8 000 ton in 1800 tot meer dan 288 000 ton in 1937 is in dit jaarboek na te gaan. De achteruitgang van het verbruik in 1938 deed de wereldproductie in dat jaar tot 148 400 ton terugloopen, bijna 29 pct lager dan in 1937. De voornaamste producenten in 1938 waren Britsch Malakka met 43 247 ton, Bolivia met 25 371 ton en Nederlandsch-Indië met 21 024 ton.

Het boek geeft de tinproductie van alle productiegebieden sedert 1800 en vermeldt in sommige gevallen de productie van individueele mijnbouwmaatschappijen. Zoo zijn voor een periode van 12 jaren gegevens opgenomen betreffende meer dan 100 in Malakka werkende maatschappijen. De productie van de Nederlandsch-Indische maatschappijen is er van 1718 af in gegeven. Aan het boek ontleenen wij, dat de productie in de Belgische Congo van slechts 6 ton in 1913 is toegenomen tot 7 316 ton in 1938, en in Burma van 37 ton in 1890 tot 3 990 ton in 1938. Fransch Indo-China en Argentinië hebben eveneens hun productie vergroot, terwijl in Cornwall en Australië de productie heden ten dage aanzienlijk minder bedraagt dan vroeger.

Van de tinverbruikende industrieën zijn statistieken opgenomen, omvattende blik, conserven, soldeer, babbittmetaal, brons, stanniol, tuben, tinverbindingen, automobielen, spoorwegen. De cijfers laten zien, dat het aantal automobielen in gebruik over de geheele wereld sedert 1924 verdubbeld is en in 1937 een record bereikte van 42 677 948 wagens.

Het jaarboek, dat met een groot aantal grafieken is geïllustreerd, bevat 200 bladzijden van 21 × 26½ cm en is verkrijgbaar bij het statistisch bureau van de International Tin Research and Development Council, Prinsessegracht 21, 's-Gravenhage.

Electro-Tinning, by S. Baier.

Publicatie No. 92 van de International Tin Research and Development Council.

Vertinnen langs galvanischen weg.

De groote weerstand welke tin biedt tegen vele soorten corrosie stempelt dit metaal tot een bijzonder waardevolle bekleeding voor messing-, koper- en staalwaren, zooals pijpen, ketels en geysers, terwijl het dank zij zijn giftvrij karakter ook in het bijzonder geschikt is bij het bewaren van eet- en drinkwaren.

Het bekleeden van verschillende metalen met een beschermende tinlaag geschiedt gemakkelijk langs galvanischen weg, maar onzekerheid omtrent de beste toe te passen methoden heeft velen ervan teruggehouden dit proces te volgen en daardoor een meer algemeene toepassing in den weg gestaan. Om deze bezwaren uit den weg te ruimen, heeft de International Tin Research and Development Council gedurende eenige jaren systematisch proefnemingen op het gebied van galvanisch vertinnen verricht, waardoor thans deze publicatie kon worden uitgegeven als een beknopt handboek met aanwijzingen voor het bedrijf. In het boek worden de voor- en nadeelen van de verschillende galvanische baden besproken, aan de hand waarvan het mogelijk wordt voor ieder geval de beste methode te kiezen.

De aanwijzingen voor het gereedmaken, het gebruik, de contrôle en het onderhoud van de baden worden tot in onderdeelen gegeven, met een verklaring van de theoretische grondslagen waarop ze berusten.

Aangetoond wordt, dat geen van de toe te passen installaties kostbaar of ingewikkeld is, terwijl, aangenomen dat de gegeven aanwijzingen stipt worden opgevolgd, behoorlijke resultaten binnen bereik van een ieder vallen.

Notes on Soldering of Lead Pipes and Sheet Metals, by W. R. Lewis, B. Sc. (Lond.).

Handleiding voor soldeeren.

Dit nieuwe boekje is bestemd voor hen, die zich op de hoogte willen stellen van het gebruik van soldeer in de loodgieters- en plaatbewerkingsbedrijven.

De aard van de soldeerverbinding wordt beschreven, terwijl de metallurgische verklaring voor het gedrag der soldeermaterialen bij verhitten en afkoelen aan de hand van een diagram wordt gegeven.

De noodzaak van het gebruik van vloeimiddelen wordt toegelicht en aanwijzingen worden gegeven voor de keuze van de juiste toepassingsmethode. Daarna worden de verschillende soldeerverbindingen bij plaatmateriaal beschreven, waarop een hoofdstuk volgt over verbindingen van looden pijpen, kabelmantels enz., waarbij het verhitte soldeermateriaal in deegachtigen toestand wordt uitgesmeerd.

Beschouwingen over de physische eigenschappen der soldeersoorten worden gevolgd door een opsomming van de verschillende in den handel zijnde soorten soldeer in standaardsamenstellingen en een opgave van den invloed welke deze van verontreinigingen ondervinden. Een aantal illustraties dienen verder ter toelichting van verschillende belangwekkende toepassingen van soldeer.

Tin and its uses. April 1939, No. 1.

Driemaandelijksch tijdschrift, uitgegeven door de International Tin Research and Development Council.

Tin en zijn toepassingen.

In de eerste aflevering van dit nieuwe tijdschrift, is een beschrijving opgenomen van de laboratoria en de kantoren van de Council te Greenford, Middlesex.

In een artikel over blikfabricage en conservenindustrie worden de belangrijkste wijzigingen in productiemethoden besproken, alsmede de toepassing van moderne installaties voor de koude reductie van staal en het vertinnen van breed stripijzer in continu-bedrijf.

Van actueel belang is het artikel over de waarde van in blik verpakte levensmiddelen voor noodvoorraden, waarin aanwijzingen worden gegeven wat betreft de soorten voedingsmiddelen, welke opgeslagen zouden kunnen worden en hun houdbaarheid.

Een van de voornaamste doelstellingen van het nieuwe tijdschrift, hetwelk in de eerste plaats bestemd is voor de gebruikers van tin en blik, is een overzicht te geven van de resultaten van technische onderzoekingen op het gebied van tin, met speciale verwijzing naar hun toepassing in de industrie.

Exemplaren van bovengenoemde publicaties en van het driemaandelijksch tijdschrift zijn voor belangstellenden op aanvraag gratis verkrijgbaar bij de

International Tin Research and Development Council, Prinsessegracht 21, 's-Gravenhage.

A few Corrections of the Statistical Theories of the high Elasticity of Rubber, by R. Houwink.

Mededeeling No. 11 van de Rubber-Stichting.

De schrijver toont aan, dat groote elasticiteit niet alleen voorkomt in rubbersamenstellingen met ketting-moleculen, maar ook in stoffen bestaande uit drie-dimensionale moleculen. K. H. Meyer c.s. demonstreerden, dat in geval van isothermische uitrekking de inwendige energie van de rubber constant blijft tot een verlenging van 350%. Uitgaande van het model, door Mack voorgesteld, doet de schrijver het waarschijnlijk voorkomen, dat deze waarneming mogelijk anders moet worden geïnterpreteerd dan tot nu toe het geval was. Hij veronderstelt, dat bij een zoodanige uitrekking de resulteerende positieve en negatieve inwendige energieveranderingen elkaar opheffen. Slechts boven een verlenging van ongeveer 350% overwegen de effecten van condensatie en kristallisatie over die van vrijmaking van H-atomen en valentie-deformatie.

Deze gevolgtrekking is in tegenstelling met de meening van Meyer, dat inwendige attractiekrachten geen rol spelen bij uitrekking, doch is van groot belang voor het verkrijgen van een beter inzicht in de moleculaire veranderingen tijdens de uitrekking van hoog-polymere stoffen.

Bakens en teekens voor Uw rijbewijsexamen.

Uitgave: Kon. Ned.-Indische Motorclub, Semarang.

Een beknopt, tweetalig (Nederlandsch en Maleisch) samengesteld boekje, betrekking hebbend op de bakens en teekens, welke men moet kennen voor zijn rijbewijsexamen. In hun officieele kleuren worden de diverse borden weergegeven, voorzien van de verklaring hunner beteekenis als onderschrift, terwijl in het laatste gedeelte van dit werkje de teekens tot regeling van het verkeer en de door den weggebruiker in acht te nemen verkeersteekens in illustratieven vorm zijn opgenomen. De slotpagina's bevatten de 12 regels voor de wegetikette van de K.N.I.M.C.

PERSONALIA.

Ir. F. M. Ch. Berkhout, ingr. bij 's Lands Wat., is tijd. bel. m. d. waarn. v. d. betr. v. hoofdingr., hoofd v. d. onderafd. Irrigatie en Assaineering bij het Dept. v. V. en W.

Ir. H. H. A. Hartogh Heys van de Lier, idem, gepl. bij het Dept. v. V. en W., is toegev. a. d. Resident der Westerafdeeling v. Borneo, ten einde op te treden als Eerstaanw. Waterst. ingr. in diens gewest.

Ir. C. H. van Schoonneveldt, ingr. bij 's Lands Wat., ter besch. gest. v. d. Prov. O.-Java, is met ing. v. ult. Juni 1939 gepl. bij het Dept. v. V. en W.

Ir. H. J. Schoemaker, op maandg. werkz. op het Dept. v. V. en W., is tijd. belast m. d. waarn. v. d. betr. v. ingr. 2de klasse bij 's Lands Wat.

Ir. Patoean Doli Diapari, werkz. gest. op dagg. bij 's Lands Wat., is tijd. bel. m. d. waarn. v. d. betr. v. ingr. 2de kl. bij genoemden dienst en ter besch. gest. v. nader door den Resident van Menado aan te wijzen Zelfbesturen in de onderafd. Paloe v. genoemd gewest.

Ir. F. E. Kolmus, ingr. 2de kl. bij 's Lands Wat., ter besch. gest. v. d. Prov. Wat. v. W.-Java, is met ing. v. ult. Juni 1939 toegev. a. d. Resident der Lampongsche Districten.

Ir. F. Bleichrodt, ingr. bij den D.V.G., is voor den duur van het aan den hoofdingr., hoofd v. d. afd. Gezondmakingswerken en Volkshuisvesting bij den D.V.G., ir. F. M. Razoux Schultz verleend verlof naar Europa, tijd. bel. m. d. waarneming v. d. genoemde betrekking.

Ir. C. Ch. Barentz, tijd. wd. Chef v. Expl. der S.S. in Sumatra, is overgepl. v. Palembang naar het Hoofdkantoor te Bandoeng, ten einde na overname tijd. te worden belast m. h. beheer over het Dienstonderdeel Tractie, Materieel en Werkplaatsen.

Ir. A. J. H. L. Rosenquist, ingr. b. d. S.S., is wegens 6-jar. dienst 8 md. verlof naar Europa verleend, ingaande 1 Juni 1940 na afloop v. zijn dienst.

Ir. E. J. A. Corsmit, ingr. 2de kl. op maandg. b. d. S.S., is overgepl. v. d. Expl. der Westerlijnen (Insp. kantoor I, Batavia) naar het Hoofdkantoor (Bureau Weg en Werken) te Bandoeng.

Ir. H. J. C. Gout, ingr. bij den P. T. T.-dienst, is wegens 6-jar. dienst 8 md. verlof naar Europa verleend, ingaande 2 September 1939.

Ir. N. J. van Rossum, ingr. bij de Zuster-Maatschappijen te Cheribon, is ing. 16 Mei 1939 naar Tegal overgepl.

KONINKLIJK INSTITUUT VAN INGENIEURS, Groep Ned.-Indië.

BESTUURSMEDEDEELINGEN.

Voorgestelde nieuwe leden.

Thans wordt voorgesteld als *junior lid:*

Ir. F. B. van Asperen, Ingenieur bij Lindeteves Stokvis, Batavia-C.

Eventueele bezwaren tegen deze candidaatstelling worden vóór 31 Augustus a.s. ingewacht bij het Secretariaat, Bragaweg 38, Bandoeng.

Samenstelling Kringbestuur III.

Het Bestuur van Kring III (Semarang) is thans samengesteld uit:

Voorzitter: ir. J. Slim;
Secr.-Penn.: ir. W. H. L. Jurgens;
Leden: ir. H. Rebel, ir. H. Westbroek, ir. P. J. A. Wijn.

Contributies.

Onder verwijzing naar zijn rondschrijven dd. 15 Maart 1939 vestigt de Penningmeester er de aandacht op, dat tot dusverre slechts 60% van de contributies over het loopende jaar zijn voldaan.

De leden worden dringend verzocht aan hunne verplichting te voldoen, daar deze nalatigheid onnoodige kosten voor de Groep met zich brengt.

Regeling met het Moederinstituut.

Het blijkt, dat vele leden nog niet bekend zijn met de regeling, getroffen met het Moederinstituut betreffende contributie-betaling en toezending van het orgaan van de Groep.

De Groepsleden, die op 31 December buiten Ned.-Indië, met uitzondering van de Straits Settlements en Nieuw-Guinea, vertoeven, zijn de contributie over het dan volgende kalenderjaar aan het K.I.v.I. te 's-Gravenhage verschuldigd.

De leden van de Groep die, hetzij tijdelijk, hetzij voor goed Ned.-Indië verlaten, hebben gedurende het jaar waarin zij zijn vertrokken en het daaropvolgende kalenderjaar recht op gratis toezending van *De Ingenieur in Ned.-Indië*. Na afloop van die periode kunnen zij, als lid van het K. I. v. I., zich op het tijdschrift abonneeren tegen den gereduceerden prijs van *f* 5,— per jaargang.

Leden van het K.I.v.I. die naar Indië vertrekken, worden automatisch overgeschreven als leden van de Groep. Vanaf den datum dat zij hun adres aan de Administratie — Bragaweg 38, Bandoeng — hebben opgegeven, wordt hun het orgaan van de Groep gratis toegezonden.

Zij, die op den 1sten Januari, volgende op hun aankomst, permanent of tijdelijk in Ned.-Indië verblijf houden, hebben hun contributie over het dan loopende kalenderjaar aan den Penningmeester van de Groep te voldoen.

6e JAARGANG
NUMMER 7

DE INGENIEUR IN NEDERLANDSCH-INDIË

JULI
1939

II. BOUW- EN WATERBOUWKUNDE.

INHOUD: De watervang met liggend rooster, door ir. F. Garot.

De watervang met liggend rooster

door

ir. F. GAROT,

Ingenieur 2de kl. bij het Waterloopkundig Laboratorium van het Dept. van V. en W. te Bandoeng.

Korte inhoud.

In de eerste plaats worden de differentiaalvergelijkingen afgeleid voor de gedaante van den waterspiegel boven een horizontaal rooster en wel door de aanname van een evenwijdig verloop van de energielijn en vervolgens met behulp van het theorema van de hoeveelheid van beweging, terwijl grafisch dan wel volgens de methode der intervalrekening door toepassing van eindige differenties het inlaatdebiet wordt becijferd.

Vermeld wordt tevens een toetsing aan het experiment in het Waterloopkundig Laboratorium te Bandoeng.

Inleiding.

De watervang met liggend rooster heeft tot op heden in Indië weinig toepassing gevonden. Voor zoover bekend, is een dergelijk stuwtype hier te lande door de overheid het eerst uitgevoerd voor den watervang Tjikaroja in het Tjibeleng-gebied in de Tjiandjoervlakte. Daarentegen is in Zwitserland deze eenvoudige vorm van watervang, die met den algemeenen naam van „Tiroler-Schleuse" of „grondstuw" wordt betiteld, reeds vele malen en met succes toegepast. De leidende gedachte is, dat in den stuwkop, waarbij de kruin doorgaans gelegd wordt op de normale hoogte van den rivierbodem of niet veel daarboven, een gleuf wordt uitgespaard, die aan de bovenzijde wordt afgedekt door een rij staven van oordeelkundig gekozen afmetingen, welke in hoofdzaak ten doel hebben het verhinderen van het binnendringen van groot vuil en steenen. Het water valt dan door het rooster heen in de gleuf en wordt zijdelings door een opening in den landhoofdmuur afgevoerd.

Het voordeel van het horizontale rooster is, dat de kruin van den dam zonder bezwaar gelijk met den rivierbodem kan worden gelegd, waardoor het overstortende water, door de geringe hoeveelheid te verwerken straalenergie, op een zoo gunstig mogelijke wijze aan het benedenbed wordt toegevoerd, waardoor een voordeelige constructie ontstaat. Tevens kan de bedijking wegens de ongestuwde bandjirlijn tot de meest economische oplossing worden teruggebracht, terwijl de stabiliteit en de waterdichtheid van het stuwlichaam gunstig worden beïnvloed.

Tegenover genoemde voordeelen staan echter enkele nadeelen, die bij de keuze van het stuwtype mede overweging behoeven. Groot vuil en steenen zullen over het rooster worden afgevoerd, terwijl zand en slib de inlaat kunnen passeeren en aanzanding c.q. aanslibbing van het achterliggende leidingstelsel kunnen veroorzaken. Teneinde dit gevaar te bestrijden zal het wellicht mogelijk blijken vlak achter den inlaat een zandvang te projecteeren, waaruit de vaste stoffen naar het benedenstroomsche riviergedeelte kunnen worden weggespuid, zooals zulks ook in Zwitserland, waar het water voor krachtcentrales wordt gebruikt, toepassing vindt. Evenwel dient niet uit het oog te worden verloren, dat in vele gevallen onze Indische rivieren veel meer vaste stoffen transporteeren dan de Zwitsersche, zoodat het de vraag kan zijn of wel een zandvang kan worden gemaakt, die bij een redelijk aantal spuibeurten voldoende capaciteit bezit.

Uit het bovenstaande volgt, dat voor ieder geval afzonderlijk dient te worden nagegaan of de keuze van een grondstuw wel op zijn plaats is. In het bovengenoemd geval van Tjikaroja was deze keuze aangewezen, omdat de door een eventueele vaste stuw verhoogde bandjirlijn in de kali verschillende bezwaren opleverde, terwijl het opzandingsgevaar gering was, daar men hier te maken had met een suppletiekunstwerk, dat tot taak had het water van de eene kali te leiden naar een nabijgelegen rivier, waarbij de suppletieleiding zelf een korte lengte had, zoodat al zou last van opzanding worden verkregen, het geregeld schoonhouden nog geen onoverkomelijk bezwaar zou zijn.

Doorgaans worden de roosterstaven onder een benedenwaartsche helling van 1 : 5 tot 1 : 10 geplaatst, waardoor eenerzijds het binnenstroomen van het water in de gleuf nog gewaarborgd blijft, anderzijds de drijfstoffen over de staven heen kunnen worden weggespoeld. De openingen tusschen de staven worden op 0,5 à 1 cm aangenomen en voor den staafvorm wordt de halfronde of althans naar beneden taps versmallende doorsnede gekozen om het ongewenschte

vastklemmen van de sleepstoffen zooveel mogelijk tegen te gaan. De inlaatgleuf verkrijgt in de richting van den zandvang een bodemhelling en dient door een schuif aan haar einde afsluitbaar te worden gemaakt.

Blijkens een toelichting van A n g e r e r in *Wasserkraft und Wasserwirtschaft* 1930, H. 15, werden met het stuwtype, dat in Zwitserland voor inlaatdebieten van 0,1 m^3/sec tot 5 m^3/sec werd uitgevoerd, alleszins gunstige exploitatie-ervaringen opgedaan en beperkte het onderhoud van den watervang zich tot de periodieke opschooning van de roosterstaven en het wegspoelen van het zand.

Waar ten aanzien van de bepaling van het inlaatdebiet, dat bij verschillende waterstanden het rooster kan passeeren, in de literatuur, voor zoover bekend, nergens een berekeningsmethode wordt gevonden, moge hier een methode worden ontwikkeld voor de dimensioneering van zoo'n liggend rooster.

In het ondervolgende zullen de volgende notaties worden gebezigd.

Q_1 = debiet in de rivier bovenstrooms van den watervang;
Q_2 = debiet in de rivier benedenstrooms van den watervang;
q = inlaatdebiet;
H = hoogte energielijn;
h en y = waterdiepten boven het rooster;
$s = \frac{v^2}{2g}$ = snelheidshoogte;
B = bodembreedte;
F = profieloppervlak;
I = wrijvingsverhang;
i = bodemverhang;
R = hydraulische straal;
n = taludhelling;
k = gladheidscoëfficiënt;
v = gemiddelde snelheid;
h_{kr} = kritische waterdiepte;
β = coëfficiënt tengevolge van ongelijkmatige snelheidsverdeeling;
g = versnelling zwaartekracht;
A = hoeveelheid arbeidsvermogen van beweging;
S = hoeveelheid van beweging;
G = gewicht vloeistofinterval;
P = statische druk;
r = bewegingsweerstand;
L = lengte van het rooster;
φ = contractiecoëfficiënt roosterstaven;
ψ = verhouding breedte openingen roosterstaven tot totale bodembreedte;
γ = s.g. der vloeistof.

Dimensioneering van een liggend rooster bij een rechthoekig leidingprofiel.

Veronderstelt men, dat voor den afvoer door een rooster bij een waterdiepte h boven het roostervlak de formule $\varphi f \sqrt{2g\,h}$ geldig is, dan kan de doorgelaten hoeveelheid water per seconde over de geheele roosterlengte L als volgt worden uitgedrukt:

$$q = \varphi\, b \sqrt{2g} \int h\, dx,$$

waarbij b gelijk is aan ψB, overeenkomende met het gedeelte van de bodembreedte, dat niet door roosterstaven is afgesloten.

Voor den afvoer over ieder lengte-element is dus maatgevend de drukhoogte h of, bij een bepaalden vorm van de roosterstaven, de gedaante van den waterspiegel boven het rooster. Is ter plaatse x het debiet in de rivier Q en q_x de afvoer per lengte-eenheid door het rooster, zoo is:

$$\frac{dQ}{dx} = -q_x = -\varphi\,\psi\,B\sqrt{2g\,h} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Wordt de gemiddelde snelheid ter plaatse x met v aangegeven, zoo is de hoogte van de energielijn boven den bodem:

$$H = h + \beta\frac{v^2}{2g};$$

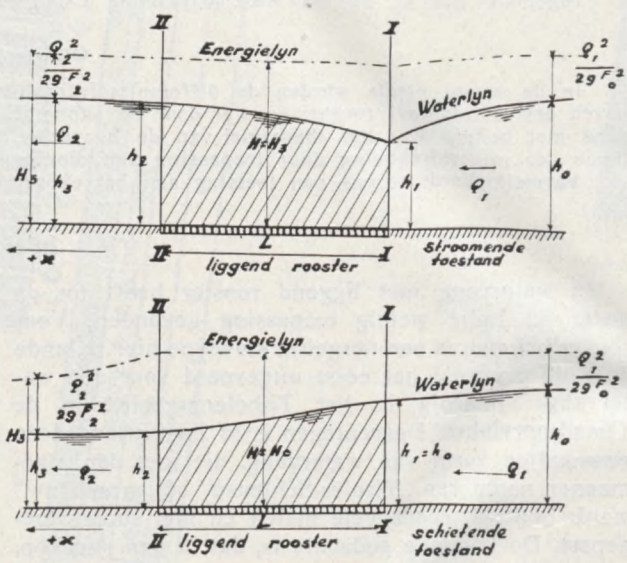

Fig. 1.

bij niet te ongelijkmatige snelheidsverdeeling in de leiding kan $\beta = 1$ worden gesteld. Is verder F het doorstroomingsprofiel, dan is bij een aanname van een constante hoogteligging H van de energielijn boven het horizontale rooster:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{d}{dx}\left(h + \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{d}{dx}\left(h + \frac{Q^2}{2g\,F^2}\right) = 0 \quad \ldots\ldots (2)$$

of

$$\frac{dh}{dx} + \frac{1}{2g\,F^2}\,2Q\frac{dQ}{dx} + \frac{Q^2}{2g}\cdot\frac{-2}{F^3}\frac{dF}{dx} = 0 \quad \ldots\ldots (3)$$

hetgeen na vermenigvuldiging met $g\,F^3$ geeft:

$$g\,F^3\frac{dh}{dx} - Q^2\frac{dF}{dx} + Q\,F\frac{dQ}{dx} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

In verband met de constante breedte B van den waterspiegel is:

$$\frac{dF}{dx} = B\frac{dh}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

zoodat we krijgen:

$$g F^3 \frac{dh}{dx} - Q^2 B \frac{dh}{dx} = - Q F \frac{dQ}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

of

$$\frac{dh}{dx} = \frac{Q F}{B Q^2 - g F^3} \cdot \frac{dQ}{dx} =$$

$$= \frac{Q h}{Q^2 - g B^2 h^3} \cdot \frac{dQ}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

waarbij $\frac{dQ}{dx} = - \varphi \psi B \sqrt{2g h} = - \mu B \sqrt{2g h}$,

indien we buiten beschouwing laten den invloed van de kromming van het wateroppervlak.

Tusschen de waterdiepte h en het debiet Q bestaat verder de betrekking:

$$Q = B h v.$$

Ook is:

$$s = \frac{v^2}{2g} \text{ en}$$

$$H = h + s \text{ of } s = H - h, \text{ zoodat:}$$

$$v = \sqrt{2gs} = \sqrt{2g (H - h)} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

en $Q = B h v = B h \sqrt{2g (H - h)}$ ..... (9)

Vergelijking (7) kan nu als volgt worden getransformeerd:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sqrt{2g (H - h)}}{B 2g (H - h) - g h B} \times - \mu B \sqrt{2g h} =$$

$$= \frac{- \mu 2g \sqrt{h (H - h)}}{2g (H - h) - g h} = - 2 \mu \frac{\sqrt{h (H - h)}}{2H - 3h}$$

..... (10)

zijnde de differentiaalvergelijking van den waterspiegel boven het rooster.

Een andere approximatieve berekening voor de gedaante van den waterspiegel kan worden gevonden door uit te gaan van de bekende differentiaalvergelijking van het totale arbeidsvermogen van het stroomende water (zie Forchheimer: Hydraulik, Hoofdstuk VII):

$$dh - (i - I_x) dx - d\left(\frac{\beta}{2g} v_x^2\right) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

waarbij i het bodemverhang en I_x het fictieve verhang voorstelt, noodig om de wandwrijving te overwinnen.

De integratie van de laatste vergelijking over een lengte $\triangle l = x_2 - x_1$ geeft dan:

$$\triangle h = y_1 - y_2 = i \triangle l - \int I_x dx + \frac{\beta}{2g} (v_2^2 - v_1^2)$$

..... (12)

Analyseeren we eerst de integraal $\int I_x dx$, dan is:

$$I = \frac{v^2}{k^2 R^{4/3}} = \frac{Q^2}{F^2} \cdot \frac{1}{k^2 R^{4/3}} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

en geldt voor de aangroeiing $\triangle x$:

$$\frac{Q}{F} = \frac{Q_{y_1} + Q_{y_2}}{F_{y_1} + F_{y_2}} = \frac{Q_{y_1} + Q_{y_1} + \triangle Q_{y_1 - y_2}}{B (y_1 + y_2)} \ldots (14)$$

$$I = \left\{ \frac{2 Q_{y_1} + \triangle Q}{B (y_1 + y_2)} \right\}^2 \times \frac{1}{k^2 \left(\frac{R_{y_1} + R_{y_2}}{2} \right)^{\frac{4}{3}}} \ldots (15)$$

$$\int I_x dx = \triangle l \left\{ \frac{2 Q_{y_1} + \triangle Q}{B (y_1 + y_2)} \right\}^2 \times \frac{1}{k^2 \left(\frac{R_{y_1} + R_{y_2}}{2} \right)^{\frac{4}{3}}}$$

..... (16)

Als variant kan worden geschreven:

$I = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{F^2} \cdot K^2$, waarbij volgens Bazin

$$K^2 = \left(\frac{\gamma + \sqrt{R}}{87 R} \right)^2.$$

$$I_x = \left(\frac{K^2}{B^2} \right) \left(\frac{2 Q_{y_1} + \triangle Q}{y_1 + y_2} \right)^2 \text{ en}$$

$$\int I_x dx = \left(\frac{K^2}{B^2} \right) \triangle l \left(\frac{2 Q_{y_1} + \triangle Q}{y_1 + y_2} \right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots (17)$$

Voor den term $\frac{\beta}{2g} (v_2^2 - v_1^2)$ kunnen we schrijven:

$$\frac{\beta}{2g} \left\{ \left(\frac{Q_{y_2}}{F_{y_2}} \right)^2 - \left(\frac{Q_{y_1}}{F_{y_1}} \right)^2 \right\} =$$

$$= \frac{\beta}{2g B^2} \left\{ \left(\frac{Q_{y_1} + \triangle Q}{y_2} \right)^2 - \left(\frac{Q_{y_1}}{y_1} \right)^2 \right\} \ldots (18)$$

waardoor (12) den volgenden vorm krijgt:

$$\triangle h = h_{y_1} - h_{y_2} =$$

$$= i \triangle l - \frac{K^2}{B^2} \left(\frac{2 Q_{y_1} + \triangle Q}{y_1 + y_2} \right)^2 \triangle l +$$

$$+ \frac{\beta}{2g B^2} \left\{ \left(\frac{Q_{y_1} + \triangle Q}{y_2} \right)^2 - \left(\frac{Q_{y_1}}{y_1} \right)^2 \right\} \ldots (19)$$

Ook is:

$$\triangle Q = \psi B \varphi \sqrt{2g h} \quad \triangle x =$$

$$= \triangle x \mu B \sqrt{2g \frac{y_1 + y_2}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

Voor de practijk zal vanwege de geringe waarde van de aangroeiing het dikwijls mogelijk zijn $h_{y_1} = h_{y_2}$ te stellen, waardoor (19) vereenvoudigd wordt tot:

$$\triangle h = \triangle l \left\{ i - \frac{K^2}{B^2} \left(\frac{Q_{y_1} + 0{,}5 \triangle Q}{y_1} \right)^2 \right\} +$$

$$+\frac{\beta}{2g\,B^2}\left\{\frac{(Q_{y_1}+\triangle Q)^2-Q_{y_1}^2}{y_1^2}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

De uiteindelijke vergelijking van den waterspiegel wordt:

$$\triangle h=\triangle l\left\{i-\left(\frac{2\,Q_{y_1}+\mu\,B\,\triangle x\,\sqrt{g\,(y_1+y_2)}}{y_1+y_2}\right)^2\times\right.$$
$$\left.\times\frac{1}{k^2\,B^2\left(\frac{R_{y_1}+R_{y_2}}{2}\right)^{\frac{4}{3}}}\right\}+$$
$$+\frac{\beta}{2g\,B^2}\left\{\left(\frac{Q_{y_1}+\mu\,B\,\triangle x\,\sqrt{g\,(y_1+y_2)}}{y_2}\right)^2-\right.$$
$$\left.-\left(\frac{Q_{y_1}}{y_1}\right)^2\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

De vergelijking is niet expliciet in y of $\triangle x$ uit te drukken, zoodat voor de practische bruikbaarheid daarvan de methode van probeeren moet worden toegepast. Met de berekening wordt begonnen aan een einde van het rooster, waar Q en h bekend zijn en wel door een waardeverschil $\triangle h_1$ te schatten, waardoor y_2 bepaald is, zoodat het rechterlid van de vergelijking kan worden uitgewerkt, waaruit dan voor het linkerlid een waarde moet worden gevonden, die voldoende nauwkeurig overeenstemmen moet met de aangenomen $\triangle h_1$-waarde. Is dit niet het geval, dan wordt $\triangle h_1$ veranderd en de berekening herhaald tot de gewenschte overeenstemming verkregen is.

Voor het volgend interval $\triangle x_2$ moeten de zooeven gevonden waarden van h en Q als beginwaarden worden genomen, wederom een nieuwe $\triangle h_2$ worden gekozen en door probeeren worden bepaald; op deze wijze gaat men door tot men aan het andere einde van het rooster is gekomen. Het procédé kan het best tabellarisch gebeuren.

Men krijgt dan de volgende permutatie.

$$\triangle y_a=y_1-y_2=\triangle l\,(i-I_{y_2\text{-}y_1})+\frac{\beta}{2g\,B^2}\left\{\left(\frac{Q_{y_1}+\mu\,B\,\triangle x\,\sqrt{g\,(y_1+y_2)}}{y_2}\right)^2-\left(\frac{Q_{y_1}}{y_1}\right)^2\right\},$$

$$\triangle y_b=y_2-y_3=\triangle l\,(i-I_{y_3\text{-}y_2})+\frac{\beta}{2g\,B^2}\left\{\left(\frac{Q_{y_2}+\mu\,B\,\triangle x\,\sqrt{g\,(y_2+y_3)}}{y_3}\right)^2-\left(\frac{Q_{y_2}}{y_2}\right)^2\right\},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\triangle y_x=y_{n-1}-y_n=\triangle l\,(i-I_{y_n\text{-}y_{n-1}})+\frac{\beta}{2g\,B^2}\left\{\left(\frac{Q_{y_{n-1}}+\mu\,B\,\triangle x\sqrt{g\,(y_{n-1}+y_n)}}{y_n}\right)^2-\left(\frac{Q_{y_{n-1}}}{y_{n-1}}\right)^2\right\}.$$

$$Y=\Sigma\,\triangle y=\Sigma\,\triangle l\,(i-I)+\frac{\beta}{2g\,B^2}\Sigma\left\{\left(\frac{Q_{y_n}+\mu\,B\,\triangle x\sqrt{g\,(y_n+y_{n+1})}}{y_{n+1}}\right)^2-\left(\frac{Q_{y_n}}{y_n}\right)^2\right\}.$$

Als voorbeeld moge het volgende rekenschema dienen (*tabel A*).

Gegeven: $Q_1 = 30$ m³/sec
$h_1 = y_1 = 0{,}80$ m
$B = 10$ m
$k = 100$

Roosterstaven van 2 cm breedte op onderlingen afstand van 2 cm en met een doorlaatcoëfficiënt $\varphi = 0{,}60$.

$\psi = 0{,}50$

$\triangle Q = \varphi\sqrt{2g\,h_x}\cdot\triangle x\cdot\psi B =$

$= 0{,}3\sqrt{2g\,h_x} = 1{,}327\sqrt{\frac{y_1+y_2}{2}}.$

$v_1 = \frac{30}{10\cdot 0{,}80} = 3{,}75$ m/sec

$R_1 = \frac{10\cdot 0{,}80}{10+1{,}60} = 0{,}69$ m

$I_e = i = \frac{3{,}75^2}{10^4\cdot 0{,}61} = 0{,}0023$

$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{1{,}11\cdot 900}{9{,}78\cdot 100}} =$ ca. 1 m

$\frac{\beta}{2g\,B^2} = \frac{1{,}11}{19{,}56\cdot 100} = 0{,}000568.$

Tabel A.

No.	$\triangle L$	y_1	y_2	$\frac{y_1+y_2}{2}$	$\sqrt{\frac{y_1+y_2}{2}}$	$\triangle y$	$\triangle Q$	Q_1	Q_2	$\frac{Q_1}{y_1}$
1	0,10	0,800	0,743	0,772	0,879	0,057	1,166	30,000	28,834	37,500
2	0,10	0,743	0,695	0,719	0,848	0,048	1,125	28,834	27,709	38,808
3	0,10	0,695	0,652	0,673	0,820	0,043	1,088	27,709	26,621	39,869
4	0,10	0,652	0,614	0,633	0,795	0,038	1,055	26,621	25,566	40,830
5	0,10	0,614	0,614	0,614	0,783	0,0002	—	25,566	25,566	41,638

No.	$\frac{Q_2}{y_2}$	$\left[\frac{Q_2}{y_2}\right]^2-\left[\frac{Q_1}{y_1}\right]^2$	$R_x=\frac{B(y_1+y_2)}{2\,(B+y_1+y_2)}$	$R_x^{4/3}$	$v_x=\frac{Q_1+Q_2}{B(y_1+y_2)}$	I_x	$i-I_x$	$\triangle h$
1	38,808	99,811	0,668	0,584	3,812	0,00249	— 0,00019	0,057
2	39,869	83,476	0,628	0,537	3,938	0,00289	— 0,00059	0,048
3	40,830	77,552	0,593	0,498	4,039	0,00328	— 0,00098	0,043
4	41,638	66,634	0,562	0,462	4,122	0,00368	— 0,00138	0,038
5	41,638	—	0,547	0,447	4,164	0,00388	— 0,00158	0,0002

Formule: zie volgende kolom.

Formule bij **Tabel A :**

$$\Delta y = y_1 - y_2 = \Delta L \left[i - \left\{ \frac{2\,Q_{y_1} - \Delta\,Q_{y_1\text{-}y_2}}{B\,(y_1 + y_2)} \right\}^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{R_{y_1} + R_{y_2}}{2}\right)^{\frac{4}{3}}} \right] + \frac{\beta}{2g\,B^2} \left[\left\{ \frac{Q_{y_1} - \Delta Q_{y_1\text{-}y_2}}{y_2} \right\}^2 - \left(\frac{Q_{y_1}}{y_1} \right)^2 \right].$$

De reëele beteekenis van de differentiaalvergelijking (**10**) voor de practijk is daarentegen als volgt. Is ter plaatse van x_o de waterdiepte $h = H$, zoo krijgen we:

$$\frac{dh}{dx} = -2\,\mu \frac{\sqrt{h\,(H-h)}}{2H-3h} \quad \text{of}$$

$$dx = \frac{-1}{2\,\mu} \cdot \frac{2H-3h}{\sqrt{h\,(H-h)}}\,dh.$$

$$x = \frac{-1}{2\,\mu} \int \frac{2\,H - 3\,h}{\sqrt{h\,(H-h)}}\,dh =$$

$$= \frac{-H}{\mu} \int_h^H \frac{dh}{\sqrt{H\,h - h^2}} + \frac{3}{2\,\mu} \int_h^H \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H-h}}\,dh =$$

$$= \frac{3}{2\,\mu} I_2 - \frac{H}{\mu} I_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

Nu is:

$$I_1 = \int_h^H \frac{d\,h}{\sqrt{H\,h - h^2}} = \int_h^H \frac{d\,h}{\sqrt{\frac{H^2}{4} - \left(h - \frac{H}{2}\right)^2}}.$$

Door invoering van $\left(h - \frac{H}{2}\right) = \frac{H}{2}\,t$, zoodat $d\,h = \frac{H}{2}\,d\,t$, wordt:

$$I_1 = \int \frac{\frac{H}{2}}{\frac{H}{2}\sqrt{1-t^2}}\,dt = \text{bg sin } t =$$

$$= \left[\text{bg sin } \frac{2\,h - H}{H} \right]_h^H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Verder is:

$$I_2 = \int_h^H \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H-h}}\,dh, \text{ welke integraalvorm door}$$

de substitutie $u = \sqrt{h}$ of $dh = 2\,u\,du$ kan worden getransformeerd in:

$$\int \frac{2\,u^2}{\sqrt{H-u^2}}\,du = -\int 2\,u\,d\sqrt{H-u^2} =$$

$$= -2\,u\sqrt{H-u^2} + 2\int \sqrt{H-u^2}\,du,$$

waarvan de laatste vorm de bekende cirkelintegraal is.

$$I_2 = -2\,u\sqrt{H-u^2} + 2\,H \int \frac{d\,u}{\sqrt{H-u^2}} - \int \frac{2\,u^2\,du}{\sqrt{H-u^2}},$$

zoodat:

$$\int \frac{\sqrt{h}\,dh}{\sqrt{H-h}} = -u\sqrt{H-u^2} + H \text{ bg sin } \frac{u}{\sqrt{H}}.$$

$$I_2 = \left[-\sqrt{h} \cdot \sqrt{H-h} + H \text{ bg sin} \sqrt{\frac{h}{H}} \right]_h^H \quad \ldots \quad (25)$$

De uitdrukking voor den waterspiegel wordt dan:

$$x_H - x_h = -\frac{H}{\mu} \left[\text{bg sin } \frac{2h-H}{H} \right]_h^H +$$

$$+ \frac{3}{2\mu} \left[H \text{ bg sin} \sqrt{\frac{h}{H}} - \sqrt{h\,(H-h)} \right]_h^H,$$

of na invoering van de integratiegrenzen:

$$x_H - x_h = -\frac{H}{\mu} \left[\frac{\pi}{2} - \text{bg sin } \frac{2h-H}{H} \right] +$$

$$+ \frac{3}{2\mu} \left[\frac{\pi}{2} H + \sqrt{h\,(H-h)} - H \text{ bg sin} \sqrt{\frac{h}{H}} \right] =$$

$$= \frac{H}{\mu} \left[\frac{\pi}{4} + \text{bg sin } \frac{2h-H}{H} + \frac{3}{2H} \sqrt{h\,(H-h)} - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{2} \text{ bg sin} \sqrt{\frac{h}{H}} \right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

Stellen we ter afkorting $\left[\frac{\pi}{4} + \text{bg sin } \frac{2h-H}{H} + \right.$

$$\left. + \frac{3}{2H} \sqrt{h\,(H-h)} - \frac{3}{2} \text{ bg sin} \sqrt{\frac{h}{H}} \right] \text{ of}$$

$$\left[\frac{\pi}{4} + \text{bg sin } \left\{ 2\,\frac{h}{H} - 1 \right\} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{h}{H} - \left(\frac{h}{H}\right)^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{3}{2} \text{ bg sin} \sqrt{\frac{h}{H}} \right] \quad \ldots\ldots \quad (27)$$

gelijk aan $\Phi\left(\frac{h}{H}\right)$ en is de waterdiepte bij het begin en aan het eind van het rooster resp. h_1 en h_2, met de daarbij behoorende debieten Q_1 en Q_2, zoo wordt

voor de lengte van het rooster met behulp van (27) gevonden:

$$L = x_H - x_{h_2} - (x_H - x_{h_1}) = x_1 - x_2 = \frac{H}{\mu}\left[\Phi\left(\frac{h_2}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_1}{H}\right)\right] \quad \ldots\ldots\ (28)$$

Ter voorkoming van rekenwerk kan bij de practische interpretatie de functie $\Phi\left(\frac{h}{H}\right)$ grafisch worden afgebeeld, waarbij we echter in verband met de meerwaardigheid van de bg sin-termen eerst nog een kleine transformatie moeten toepassen. We maken gebruik van de bekende cyclometrische formule:

$$\text{bg sin } p - \text{bg sin } q = \text{bg sin}\left[p\sqrt{1-q^2} - q\sqrt{1-p^2}\right] \quad \ldots\ldots\ (29)$$

en vinden alzoo:

$$x_H - x_h = \frac{H}{\mu}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2H}\sqrt{h(H-h)} - \frac{1}{2}\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}} - \left\{\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}} - \text{bg sin}\frac{2h-H}{H}\right\}\right] = \frac{H}{\mu}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{H} - \left(\frac{h}{H}\right)^2} - \frac{1}{2}\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}} - \left\{\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}} - \text{bg sin}\left(\frac{2h}{H} - 1\right)\right\}\right] = \frac{H}{\mu}\left[\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{H} - \left(\frac{h}{H}\right)^2} - \left\{\frac{1}{2}\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}} + \text{bg sin}\sqrt{1-\frac{h}{H}}\right\}\right] \quad \ldots\ldots\ (30)$$

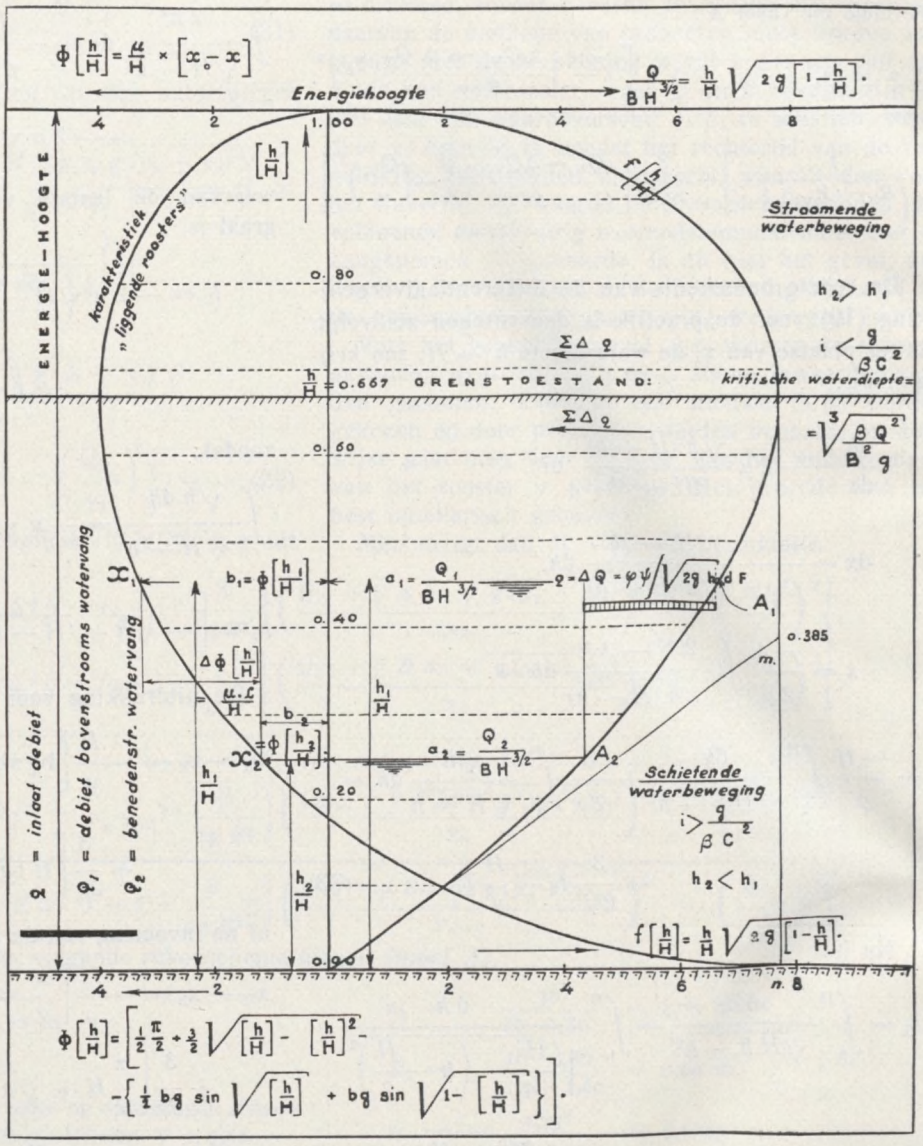

Fig. 2.

We kunnen nu de kromme construeeren, welke het verband aangeeft tusschen $\frac{h}{H}$ en $\Phi\left(\frac{h}{H}\right)$.

In *fig. 2* is het waardebeloop der functie aangegeven en wel is als ordinaat de verhouding $\frac{h}{H}$ en als abscis de waarde $\Phi\left(\frac{h}{H}\right) = \mu\frac{x_0 - x}{H}$ uitgezet.

Tevens is ook de kromme geteekend voor de functie $f\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{Q}{B\,H^{3/2}} = \frac{h}{H}\sqrt{2g\left(1 - \frac{h}{H}\right)}$ voor $B = 1$ en $H = 1$ ..... (31)

In de *tabellen* B_1 en B_2 zijn de berekende uitkomsten neergelegd.

Formule: $\Phi\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{1}{4}\pi + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{H} - \left(\frac{h}{H}\right)^2} - \left\{\frac{1}{2}\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}} + \text{bg sin}\sqrt{1 - \frac{h}{H}}\right\}$.

Tabel B1.

$\frac{h}{H}$	$\sqrt{\frac{h}{H}}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{h}{H} - \left(\frac{h}{H}\right)^2}$	$A = \frac{1}{2}\text{bg sin}\sqrt{\frac{h}{H}}$	$B = \text{bg sin}\sqrt{1 - \frac{h}{H}}$	$A + B$	$\Phi\left(\frac{h}{H}\right)$
0,00	0,00000	0,00000	0,00000	1,57080	1,57080	— 0,7854
0,05	0,22361	0,32693	0,11276	1,34528	1,45804	— 0,3457
0,10	0,31623	0,45000	0,16087	1,24904	1,40991	— 0,1745
0,15	0,38730	0,53561	0,19885	1,17308	1,37193	— 0,0509
0,20	0,44721	0,60000	0,23183	1,10716	1,33899	+ 0,0464
0,25	0,50000	0,64952	0,26180	1,04720	1,30900	+ 0,1259
0,30	0,54772	0,68739	0,28982	0,99117	1,28099	+ 0,1918
0,35	0,59161	0,71546	0,31653	0,93774	1,25427	+ 0,2466
0,40	0,63246	0,73485	0,34236	0,88608	1,22844	+ 0,2918
0,45	0,67082	0,74624	0,36767	0,83548	1,20315	+ 0,3285
0,50	0,70711	0,75000	0,39270	0,78540	1,17810	+ 0,3573
0,55	0,74162	0,74624	0,41774	0,73534	1,15308	+ 0,3786
0,60	0,77460	0,73485	0,44304	0,68473	1,12777	+ 0,3925
0,65	0,80623	0,71546	0,46887	0,63305	1,10192	+ 0,3989
0,70	0,83666	0,68739	0,49558	0,57964	1,07522	+ 0,3976
0,75	0,86603	0,64952	0,52360	0,52360	1,04720	+ 0,3877
0,80	0,89443	0,60000	0,55358	0,46365	1,01723	+ 0,3682
0,85	0,92195	0,53561	0,58564	0,39770	0,98424	+ 0,3368
0,90	0,94868	0,45000	0,62452	0,32175	0,94627	+ 0,2891
0,95	0,97468	0,32693	0,67264	0,22552	0,89816	+ 0,2142
1,00	1,00000	0,00000	0,78540	0,00000	0,78540	+ 0,0000

Formule: $f\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{Q}{B\,H^{3/2}} = \frac{h}{H}\sqrt{2g\left(1 - \frac{h}{H}\right)}$

Tabel B2.

$\frac{h}{H}$	$1 - \frac{h}{H}$	$\sqrt{1 - \frac{h}{H}}$	$\frac{f\left(\frac{h}{H}\right)}{\sqrt{2g}} = \frac{h}{H}\sqrt{1 - \frac{h}{H}}$.
0,00	1,00	1,00000	0,0000
0,05	0,95	0,97468	0,0487
0,10	0,90	0,94868	0,0949
0,15	0,85	0,92195	0,1383
0,20	0,80	0,89443	0,1789
0,25	0,75	0,86603	0,2165
0,30	0,70	0,83666	0,2510
0,35	0,65	0,80623	0,2822
0,40	0,60	0,77460	0,3098
0,45	0,55	0,74162	0,3337
0,50	0,50	0,70711	0,3536
0,55	0,45	0,67082	0,3690
0,60	0,40	0,63246	0,3795
0,65	0,35	0,59161	0,3846
0,70	0,30	0,54772	0,3834
0,75	0,25	0,50000	0,3750
0,80	0,20	0,44721	0,3578
0,85	0,15	0,38730	0,3292
0,90	0,10	0,31623	0,2846
0,95	0,05	0,22361	0,2124
1,00	0,00	0,00000	0,0000

Nadere beschouwing van de krommen.

Beschouwen we de debietkromme het eerst, dan zien we, dat de abscissen van de Q-lijn de debieten voorstellen bij dezelfde hoogte van de energielijn bij verschillende waterdiepten h.

Door de energielijn is dus de Q-kromme volledig bepaald. De curve geeft het positieve gedeelte weer van een semi-kubische parabool, waarvan het negatieve gedeelte ($H - h$ en $-q$) buiten beschouwing wordt gelaten.

Over het verloop zelf kan het volgende worden opgemerkt:

voor $h = 0$ wordt $Q = 0$ en

voor $h = H$ wordt $Q = 0$.

$Q = h\,v = h\sqrt{2g\,(H - h)}$.

$$\frac{dQ}{dh} = \sqrt{2g}\left(\sqrt{H - h} - \frac{h}{2\sqrt{H - h}}\right) =$$

$$= \sqrt{2g}\,\frac{2H - 3h}{2\sqrt{H - h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Voor $h = H$ is $\frac{dQ}{dh} = \infty$, dus verloopt de raaklijn bij $\frac{h}{H} = 1$ horizontaal. Voor $\frac{dQ}{dh} = 0$ is de raaklijn verticaal en geeft het raakpunt dus de maximale waarde van de debietkromme, d.w.z. de grootste waarde van Q bij een gegeven arbeidsvermogen H.

De diepte bij dezen grenstoestand vinden we uit $\frac{dQ}{dh} = 2H - 3h = 0$, waaruit $h = \frac{2}{3} H$ met de overeenkomstige grenssnelheid $v = \sqrt{\frac{2}{3} g H} = \sqrt{g h}$ en het debiet $Q = h \sqrt{g h}$, hetgeen omgewerkt geeft:

$$h = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g}}.$$

Uit de raaklijnvergelijking verkrijgt men voor $h = 0$:

$\frac{dQ}{dh} = \sqrt{2g H}$ en met verwijzing naar *fig. 2*:

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{Q}{mn} \text{ of } mn = \frac{Q}{\sqrt{2g H}} = \frac{\frac{2}{3} H \sqrt{2g \cdot \frac{1}{3} H}}{\sqrt{2g H}} =$$

$= 0{,}385\ H$, een waarde, die voor het teekenen van de kromme van belang is.

Over het verloop van de Φ-kromme kunnen de volgende opmerkingen worden gemaakt.

Voor $h = H$ wordt $x_h = x_H$, zoodat $\Phi_H - \Phi_h = \frac{\mu}{H} (x_H - x_h) = 0$.

Voor de maximale waarde van de curve gaan we weer na, waar de raaklijn aan de Φ-kromme verticaal verloopt, dus waar $\frac{d\Phi}{d\left(\frac{h}{H}\right)} = 0$.

Stellen we ter afkorting $\left(\frac{h}{H}\right) = y$, dan is:

$$\Phi(y) = \left[\frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} \sqrt{y(1-y)} - \left\{\frac{1}{2} \text{ bg sin } \sqrt{y} + \text{bg sin } \sqrt{1-y}\right\}\right] \quad \ldots\ldots (33)$$

$$\frac{d\Phi}{dy} = \frac{3}{2}\left[\frac{-\sqrt{y}}{2\sqrt{1-y}} + \frac{\sqrt{1-y}}{2\sqrt{y}}\right] - \left[\frac{1}{2\sqrt{1-y}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{y}} + \frac{-1}{\sqrt{y} \cdot 2\sqrt{1-y}}\right] =$$

$$= \frac{3}{4}\left\{\frac{\sqrt{y(1-y)}}{y} - \frac{\sqrt{y(1-y)}}{1-y}\right\} - \left\{\frac{1}{4\sqrt{y(1-y)}} - \frac{1}{2\sqrt{y(1-y)}}\right\} =$$

$$= \frac{3}{4}\left\{\frac{1-2y}{y(1-y)} \sqrt{y(1-y)}\right\} + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{y(1-y)}}{y(1-y)} = 0.$$

$$\frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{2} y + \frac{1}{4}}{y(1-y)} \sqrt{y(1-y)} = \frac{1 - \frac{3}{2} y}{\sqrt{y(1-y)}} = 0 \quad \ldots (34)$$

waaruit $y = \frac{h}{H} = \frac{2}{3}$, zoodat het maximum van de Φ-kromme op $h = 0{,}667\ H$ is gelegen.

Deze uitkomst als het differentiaalquotiënt van vergelijking (**33**) behoeft a priori geen verwondering te wekken, aangezien (**33**) op een constante na, de integratie is van de differentiaalvergelijking van den waterspiegel.

Een verdere verifieering op de Φ-kromme is gelegen in de concaviteit en convexiteit hiervan, waartoe uitsluitsel wordt verkregen uit het positief of negatief zijn van het tweede differentiaalquotiënt.

$$\frac{d^2\Phi}{dy^2} = \frac{d\,\frac{1 - \frac{3}{2} y}{\sqrt{y(1-y)}}}{dy} = \left\{\frac{-\frac{3}{2}\sqrt{y(1-y)}}{y(1-y)}\right\} - \left\{\frac{(1 - \frac{3}{2} y) \cdot \frac{1}{2}(1-2y)}{y(1-y)\sqrt{y(1-y)}}\right\} =$$

$$= \frac{-\frac{3}{2} y(1-y) - \frac{1}{2}(1 - \frac{3}{2} y)(1-2y)}{y(1-y)\sqrt{y(1-y)}} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} y}{y(1-y)\sqrt{y(1-y)}} = \frac{y-2}{4\left\{y(1-y)\right\}^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots (35)$$

Bedenken we, dat $y = \frac{h}{H} \leq 1$ moet zijn, dan wordt voor waarden van y gelegen tusschen 0 en 1, de teller van vergelijking (**35**) steeds negatief, de noemer daarentegen positief, zoodat het tweede differentiaalquotiënt van de Φ-kromme een negatief teeken verkrijgt, hetgeen bij een meetkundige interpretatie beteekent, dat de kromme met den hollen kant naar de richting van de niet uitgezette Φ-as gekeerd is, of anders gezegd, dat de kromme ter weerszijden van het maximum, onder de raaklijn ligt.

Voor de debietkromme geldt:

$$Q = h \sqrt{2g(H-h)}.$$

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{\sqrt{2g}}{2} \cdot \frac{2H - 3h}{\sqrt{H-h}} = \eta_1 \frac{2H - 3h}{\sqrt{H-h}}, \text{ dus:}$$

$$\frac{d^2Q}{dh^2} = \eta_1 \frac{-3\sqrt{H-h} + \frac{-3h + 2H}{2\sqrt{H-h}}}{H-h} =$$

$$= \eta_1 \frac{-3(H-h) + \frac{1}{2}(2H - 3h)}{(H-h)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \eta_1 \frac{-2H + \frac{3}{2} h}{(H-h)^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots (36)$$

Bedenken we hierbij, dat de waterdiepte altijd kleiner is dan de hoogte van de energielijn H, althans bij stroomend water, dan zal de noemer van de laatst verkregen uitkomst een positief teeken hebben, terwijl de teller juist negatief wordt en dus het resultaat een negatieve waarde verkrijgt, hetgeen beteekent, dat ook de debietkromme gelegen is onder de raaklijn ter hoogte van $h = \frac{2}{3} H$ en wel gezien van uit de $\frac{h}{H}$-as.

Beschouwen we vervolgens de differentiaalvergelijking van den waterspiegel:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{Q F}{B Q^2 - g F^3} \cdot \frac{dQ}{dx}, \text{ dan blijkt}$$

dat $\frac{dh}{dx} \gtrless 0$ zal zijn, wanneer $B Q^2 - g F^3 \lessgtr 0$,

aangezien $\frac{dQ}{dx}$ steeds negatief is.

$$\frac{dh}{dx} \gtrless 0, \text{ indien } \frac{Q^2}{2g F^2} \lessgtr \frac{F}{2 B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (37)$$

Wordt de gemiddelde waterdiepte ter plaatse x met h_m aangeduid, zoo is $\frac{F}{2B} = \frac{h_m}{2}$ en daar bovendien $\frac{Q}{F} = v$, kan men voor (37) ook schrijven:

$$\frac{dh}{dx} \gtrless 0 \text{ wanneer } \frac{v^2}{2g} \lessgtr \frac{h_m}{2} \text{ of } v \lessgtr \sqrt{g h_m},$$

d.w.z. $\frac{dh}{dx}$ is positief of negatief al naarmate de snelheid v ter plaatse x kleiner of grooter is dan de kritische.

De waterspiegel boven het horizontale rooster zal dus stroomafwaarts stijgen, wanneer we te maken hebben met den stroomenden bewegingstoestand, terwijl de waterspiegel stroomafwaarts zal dalen bij den schietenden toestand.

Het evenvermelde kan ook worden afgeleid uit de debietkromme, uit welker verloop blijkt, dat bij den stroomenden toestand (dus betrekking hebbende op het gedeelte boven de grensdiepte $h = \frac{2}{3} H$) een vermindering van het debiet correspondeert met een grootere waarde van h, terwijl bij den schietenden toestand (indien $h < \frac{2}{3} H$) een vermindering van het debiet overeenstemt met een kleinere waarde van de waterdiepte h.

De kritische waarde $h = \frac{2}{3} H$ kan mede worden gefixeerd uit de baanvergelijking van het wateroppervlak:

$$\frac{dh}{dx} = \zeta \frac{\sqrt{h (H - h)}}{2H - 3h}, \text{ waaruit het omslagpunt c.q.}$$

kritische punt wordt gevonden uit de voorwaarde van loodrechten stand $\left(\frac{dh}{dx} = \infty\right)$, hetgeen het geval is bij $2H - 3H = 0$, zoodat $h = \frac{2}{3} H$.

Wat de kromming van het wateroppervlak boven het rooster betreft, volgt uit:

$$\frac{d^2x}{dh^2} = \xi \frac{-3\sqrt{h(H-h)} - (2H - 3h)(H - 2h)\left[2\sqrt{h(H-h)}\right]^{-1}}{h(H-h)} =$$

$$= \xi \frac{-3h(H-h) - \frac{1}{2}(2H - 3h)(H - 2h)}{\left\{h(H-h)\right\}^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{-1}{4\mu} \cdot \frac{H(h - 2H)}{\left\{h(H-h)\right\}^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (38)$$

dat het tweede differentiaalquotiënt van de vergelijking van de waterlijn grooter dan nul is, waaruit volgt, dat het verloop van den waterspiegel boven het rooster zoodanig zal zijn, dat de bolle kant in de richting van de negatieve X-as zal zijn gekeerd. Voor de grafische toelichting moge naar *fig. 3* worden verwezen, terwijl *foto 1* beide extreme waterstanden weergeeft.

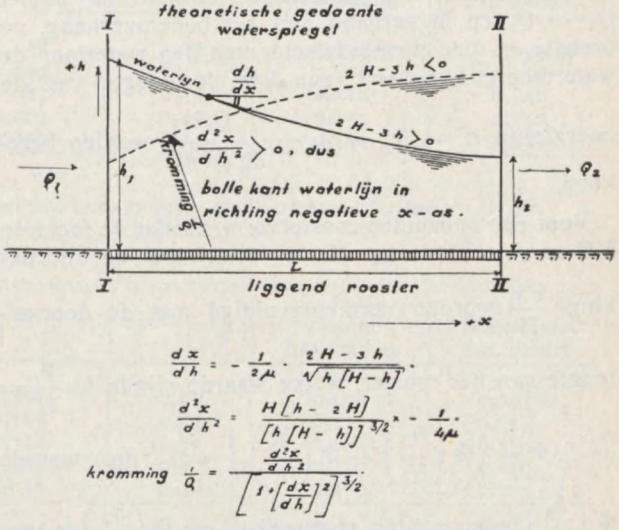

Fig. 3.

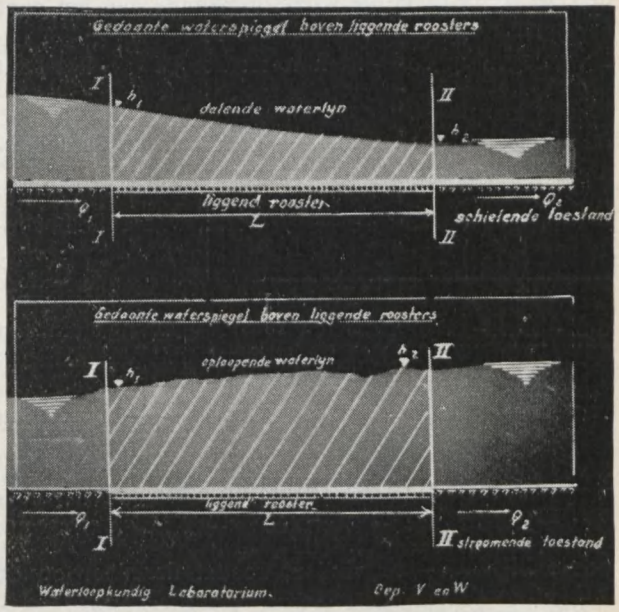

Foto 1.

Tenslotte nog de opmerking, dat de term

$$\left\{ \Phi\left(\frac{h_2}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_1}{H}\right)\right\} = \frac{\mu}{H}(x_{h_1} - x_{h_2}) = \frac{\mu}{H} \cdot L$$

een negatieve waarde verkrijgt, aangezien, vanwege de aanname van de positieve X-as in de richting van het bewegende water, de afstand $x_{h_1} < x_{h_2}$ is. Geverifieerd op het verloop van de Φ-curve, blijkt inderdaad bij den stroomenden toestand ($h > \frac{2}{3} H$), dat de waarde van $\left\{ \Phi\left(\frac{h_2}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_1}{H}\right)\right\}$ negatief is, terwijl dat eveneens het geval is bij den schietenden bewegingstoestand.

Gebruik van de grafiek.

Het gebruik van de grafiek behoeft weinig toelichting.

Is bijv. van een schietenden stroom het debiet $Q_1 = Q_o$ en in verband met het bodemverhang, de breedte en den gladheidsfactor van den waterloop de waterdiepte h bekend, zoo kan de hoogte van de energielijn $H = H_o = h_o + \frac{Q_o^2}{2g B^2 h_o^2}$ worden berekend.

Voor een bepaalden roostervorm, zoodat de factoren ψB en φ bekende grootheden zijn, moet de uitdrukking $\frac{\varphi \psi}{H}$ worden vermenigvuldigd met de doorvallengte van het rooster, welke waarde zijnde $L \cdot \frac{\mu}{H} = \triangle \Phi = \left\{ \Phi\left(\frac{h_2}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_1}{H}\right)\right\}$ van de waarde $\Phi\left(\frac{h_1}{H}\right)$ moet worden afgetrokken om $\Phi\left(\frac{h_2}{H}\right)$ te vinden. In *fig. 2* is op die wijze, uitgaande van het punt X_1, gelegen op de Φ-kromme ter hoogte $\frac{h_1}{H}$, het punt X_2 verkregen. De ordinaat $\frac{h_2}{H}$ geeft dan op de debietkromme de abscis $a_2 = \frac{Q_2}{B H^{\frac{3}{2}}}$ aan, waardoor het inlaatdebiet $\triangle Q = Q_1 - Q_2$ kan worden berekend.

Wordt de lengte van het rooster gevraagd om een bepaald inlaatdebiet te verkrijgen, dan gaat men uit van de Q-kromme. Van de abscis $\frac{Q_1}{B H^{\frac{3}{2}}}$ moet dan $\frac{\triangle Q}{B H^{\frac{3}{2}}}$ worden afgetrokken om de ordinaat h_2 behoorende bij $\frac{Q_2}{B H^{\frac{3}{2}}}$ te vinden, zoodat daardoor op de Φ-kromme de waarde $\triangle \Phi$ wordt verkregen.

Met behulp van de betrekking $\triangle \Phi = \frac{L \mu}{H}$ of $L = \frac{H}{\mu} \triangle \Phi$ is dan de lengte van het rooster bekend.

Proeven.

Uit het evenvermelde blijkt de doorvallengte van het horizontale rooster evenredig met H en omgekeerd evenredig met μ te zijn, dus hoe grooter H (meer debiet) hoe grooter lengte van het rooster, terwijl een gunstige afrondingscoëfficiënt der roosterstaven (groote waarde voor φ) en veel openingen in het rooster (groote waarde voor ψ) een kleine roosterlengte met zich meebrengen *).

Interessant is de overeenstemming van het bovenstaande met de resultaten van proeven, gedaan in het Waterloopkundig Laboratorium van het Departement van Verkeer en Watertaat te Bandoeng, zooals uit de volgende tabel moge blijken.

Als opgaaf werd gesteld het algemeene practische geval, n.l. de lengte van het rooster te dimensioneeren, zoodanig dat het geheele bovenstroomsche toevoerdebiet de inlaatgleuf binnenvalt.

Echter zal bij dezen stroomingstoestand de hoogteligging van de energielijn niet meer gelijk kunnen worden aangenomen aan die bovenstrooms van het rooster, doch waar benedenstrooms van de gleuf H gelijk nul is, wordt dan de formule:

$$L = \frac{\frac{1}{2} H}{\mu} \triangle \Phi = \frac{1}{2} \frac{H}{\mu} \left\{ \Phi\left(\frac{h_1}{H}\right) - \Phi\left(\frac{h_2}{H}\right)\right\}.$$

---

*) In dit verband kan nog de volgende afleiding worden gegeven.

Bovenstrooms van het rooster geldt: $Q = B h \sqrt{2g (H - h)}$, terwijl het inlaatdebiet gelijk is aan: $\Sigma \Delta Q = \Sigma \mu \sqrt{2g h} \cdot \Delta F$. Om het geheele inlaatdebiet in de gleuf te krijgen, moet Q gelijk zijn aan $\Sigma \Delta Q$, zoodat:

$$B h \sqrt{2g (H - h)} = \Sigma \mu \sqrt{2g h}\, B \Delta x$$

$$= \mu B \sqrt{2g} \Sigma \sqrt{h}\, \Sigma \Delta x =$$

$= \mu B L \sqrt{2g} \Sigma \sqrt{h}$, indien L de doorvallengte van het rooster voorstelt.

$$B \sqrt{2g}\, h \sqrt{(H - h)} = \mu B L \sqrt{2g} \Sigma \sqrt{h}.$$

$$L = \frac{h \sqrt{(H - h)}}{\mu \Sigma \sqrt{h}} = \frac{\eta_1 H \sqrt{(H - \eta_1 H)}}{\varkappa \mu \sqrt{H}} =$$

$$= \frac{\eta_1 \zeta H \sqrt{H}}{\eta \varkappa \sqrt{H}} = C \frac{H}{\mu}.$$

Verificatie van de practische bruikbaarheid van de gegeven formule door het experiment.

Serie 1. Roosterstaven van 1 cm breedte op onderlingen afstand van 0,67 cm en met een doorlaatcoëfficiënt $\varphi = 0{,}86$

Verhouding $\psi = \frac{12 \,.\, 0{,}0067}{0{,}20} = 0{,}402$

	h_1	H	$\frac{h_1}{H}$	$\Delta\,\Phi$	$\mu = \varphi \cdot \psi$	L volgens berekening	L opgemeten aan model
1	0,0346 m	0,0636 m	0,544	1,161	0,344	0,107 m	0,100 m
2	0,0344	0,0810	0,425	1,095	0,344	0,128	0,125
3	0,0395	0,0921	0,429	1,098	0,344	0,147	0,140
4	0,0429	0,0996	0,431	1,099	0,344	0,159	0,160
5	0,0450	0,1101	0,409	1,083	0,344	0,173	0,180

Serie 2. Roosterstaven van 1 cm breedte op onderlingen afstand van 1 cm en met een doorlaatcoëfficiënt $\varphi = 0{,}86$.

Verhouding $\psi = \frac{10 \cdot 0{,}01}{0{,}20} = 0{,}500$.

	h_1	H	$\frac{h_1}{H}$	$\Delta\,\Phi$	$\mu = \varphi \cdot \psi$	L volgens berekening	L opgemeten aan model
1	0,0372 m	0,0755 m	0,493	1,138	0,43	0,100 m	0,095 m
2	0,0359	0,0874	0,411	1,085	0,43	0,110	0,110
3	0,0387	0,0936	0,414	1,087	0,43	0,118	0,120
4	0,0437	0,1063	0,411	1,085	0,43	0,135	0,140
5	0,0478	0,1206	0,398	1,077	0,43	0,150	0,155

Serie 3. Roosterstaven van 1 cm breedte op onderlingen afstand van 1 cm en met een doorlaatcoëfficiënt $\varphi = 0{,}78$.

Verhouding $\psi = \frac{10 \cdot 0{,}01}{0{,}20} = 0{,}500$.

	h_1	H	$\frac{h_1}{H}$	$\Delta\,\Phi$	$\mu = \varphi \cdot \psi$	L volgens berekening	L opgemeten aan model
1	0,0358 m	0,0635 m	0,564	1,168	0,39	0,095 m	0,095 m
2	0,0405	0,0741	0,547	1,163	0,39	0,111	0,115
3	0,0393	0,0878	0,448	1,112	0,39	0,125	0,130
4	0,0450	0,1037	0,434	1,102	0,39	0,147	0,150
5	0,0504	0,1222	0,412	1,086	0,39	0,170	0,175

Serie 4. Roosterstaven van 1 cm breedte op onderlingen afstand van 0,43 cm en met een doorlaatcoëfficiënt $\varphi = 0{,}80$.

Verhouding $\psi = \frac{14 \cdot 0{,}0043}{0{,}20} = 0{,}300$.

	h_1	H	$\frac{h_1}{H}$	$\Delta\,\Phi$	$\mu = \varphi \cdot \psi$	L volgens berekening	L opgemeten aan model
1	0,0367 m	0,0569 m	0,645	1,183	0,24	0,140 m	0,130 m
2	0,0381	0,0624	0,610	1,178	0,24	0,153	0,145
3	0,0300	0,0762	0,394	1,072	0,24	0,170	0,175
4	0,0401	0,0842	0,476	1,128	0,24	0,198	0,200
5	0,0456	0,0989	0,461	1,120	0,24	0,231	0,240

Uit het bovenstaande blijkt wel de goede overeenstemming tusschen de aan het model gemeten en de theoretische uitkomsten.

Met het toenemen van de aankomende waterdiepte zal echter het verschil tusschen de berekende en de opgemeten waarde van L grooter worden, aangezien dan de invloed van de kromming van het wateroppervlak niet meer mag worden verwaarloosd. De aanname van een volledigen waterdruk h_x boven het rooster gaat dan niet exact op, doch dient te worden gecorrigeerd door een coëfficiënt η. Dit kan in de eindformule worden gevonden door de betrekking

$$L' = \Delta\,\Phi \frac{\frac{1}{2} H}{\eta\,\mu} \quad (\eta < 1),$$

waardoor een grootere waarde voor L wordt verkregen.

Met betrekking tot de evenbedoelde negatieve drukken boven het rooster tengevolge van de kromming van het wateroppervlak mogen hier nog eenige formules worden gegeven.

a. *Wasserkraft und Wasserwirtschaft* 1936 H 19 (Lauffer: Strömung in Kanälen mit gekrümmter Sohle).

$$\frac{h_x}{\gamma\, h \cos\alpha} = 1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{h_{kr}}{h\sqrt[3]{\cos\alpha}}\right)^3 \times \frac{\frac{h}{\rho} - \left(\frac{h}{\rho}\right)^2}{\varkappa^2}.$$

$$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{\beta Q^2}{B^2 g}}.$$

α = hoek bodemlijn met horizontaal,

$$\varkappa = \left(1 - \frac{\rho}{h}\right)\lg\left(1 - \frac{\rho}{h}\right),$$

ρ = kromtestraal bodemlijn.

b. Koch-Carstanjen: Von der Bewegung des Wassers und dabei auftretenden Kräften.

$$\triangle h_x = \Sigma \frac{v^2}{g} \cdot \frac{\triangle x}{\rho} \cdot \triangle y.$$

c. Fawer: Étude de quelques écoulements permanents à filets courbes.

$$\triangle h_x = \frac{v^2 h}{g}\left(\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\chi}{2(\chi+2)} + \frac{1}{\zeta}\times\frac{1}{\chi+2}\right).$$

$$\frac{1}{\zeta} = \frac{d^2 h}{dx^2} - \frac{di}{dx} \text{ en } \frac{1}{\rho} = -\frac{di}{dx}.$$

$\chi = 0{,}25$ à 2.

Tevens moge hier nog worden opgemerkt, dat bij het binnenvallen van het geheele aanvoerdebiet in de gleuf de waarde $\frac{h_1}{H} = \frac{2}{3}$ bij den stroomenden toestand als benaderend moet worden beschouwd in verband met het z.g. „draw- (of „drop-) down effect". Men leze hieromtrent de beschouwingen van:

Böss (*Wasserkraft und Wasserwirtschaft* 1929, *H* 2 u. 3): Berechnung der Abflussmengen und der Wasserspiegellage bei Abstürzen und Schwellen unter besonderer Berücksichtigung der dabei auftretende Zusatzspannung),

Kozeny (*Wasserkraft und Wasserwirtschaft* 1928 H 23): Berechnung der Senkungskurve in regelmäszigen breiten Gerinnen,

Inglis (Technical Paper No. 15, Bombay Public Works Department): Notes on standing Wave Flumes and Flume Meter Falls, en

Vlugter (*De Waterstaats-Ingenieur* 1932 No. 4, De onvolkomen overlaat).

Met betrekking tot den doorlaatcoëfficiënt φ voor liggende roosters kan voorshands nog niet over veel cijfermateriaal worden beschikt. Wel is door Kirschmer (Mitteilungen des Hydraulischen Instituts der Technischen Hochschule München H 1, Untersuchungen über den Gefällsverlust an Rechen) het drukverlies door roosters bepaald bij een nagenoeg verticalen stand van de roosterstaven. Hij geeft dan daarvoor de volgende formule:

$$h_w = \beta\left(\frac{s}{b}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \cdot \sin\alpha.$$

s = dikte roosterstaven,
b = opening tusschen de staven,
β = coëfficiënt, afhankelijk van den vorm van de staven (zie *fig. 4*),
v_1 = gem. snelheid bovenstrooms van het rooster,
α = hoek tusschen de roosterstaven en de stroomrichting,
h_w = benoodigd drukverval.

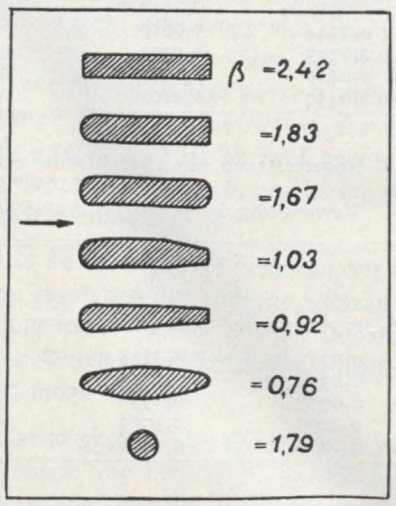

Fig. 4.

Nemen we aan, dat de gegeven β-waarden ook op horizontale roosters van toepassing zijn, dan kan het verband tusschen β en φ als volgt worden gevonden.

$$h_w = h_x = \beta\left(\frac{s}{b}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{en} \quad v_x = \varphi\sqrt{2g\,h_x}.$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\,h_x}{\beta\left(\frac{s}{b}\right)^{\frac{4}{3}}}}. \qquad v_1 = \frac{b}{s+b}\,v_x = \eta\, v_x.$$

$$v_x = \sqrt{\frac{2g\,h_x}{\eta^2\beta\left(\frac{s}{b}\right)^{\frac{4}{3}}}} = \varphi\sqrt{2g\,h_x}.$$

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{\eta^2\beta\left(\frac{s}{b}\right)^{\frac{4}{3}}}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{b}{(s+b)}\right)^2\beta\left(\frac{s}{b}\right)^{\frac{4}{3}}}}.$$

Trapsgewijze dimensioneering bij een trapeziumvormig profiel.

Bij een trapeziumvormig profiel kan voor de dimensioneering van een liggend rooster gebruik gemaakt worden van het theorema van de hoeveelheid van beweging, zooals zulks ook door Koch werd toegepast voor het berekenen van den watersprong en welke wet („Stützkraftsatz") door hem aldus werd gedefinieerd: „In einem durch zwei Normalschnitte begrenzten Stromabschnitt stehen die Stützkräfte im Gleichgewicht mit Eigengewicht, Wanddrücken und Reibungswiderstand".

Alzoo:

$$(P_b - P_a) \triangle t = (G + \Sigma S + r + K) \triangle t \quad \ldots \quad (39)$$

of daar de hoeveelheid van beweging een gerichte grootheid is van de dimensie:

$$m\,v = \frac{Q}{g} v \left[\frac{\text{m}^3\,\text{sec}^{-1}\,\text{m}\,\text{sec}^{-1}}{\text{m}\,\text{sec}^{-2}} = \text{m}^3 \right],$$

volgens de coördinaatassen:

$$(P_{bx} - P_{ax}) \triangle t = (G_x + \Sigma S_x + r_x + K_x) \triangle t$$

en

$$(P_{bz} - P_{az}) \triangle t = (G_z + \Sigma S_z + r_z + K_z) \triangle t.$$

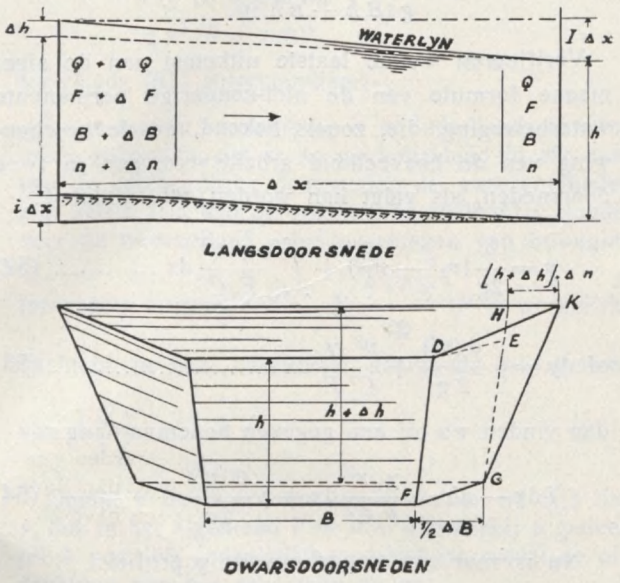

Fig. 5.

Passen we de wet toe op een liggend rooster, dan zullen we het algemeene geval beschouwen van het stroomingsverschijnsel in een trapeziumvormig profiel (zie *fig. 5*), continu in breedte toenemend over een een lengte $\triangle x$, met aan het eene einde van de doorsnede F den gemiddelden druk over het profiel gelijk aan P, met de gemiddelde snelheid v en het debiet Q, de waterdiepte h en met het talud n van de wanden, terwijl we aan het andere einde van het aangroeiingsinterval hebben:

$P + \triangle P$, $v + \triangle v$, $Q + \triangle Q$, $B + \triangle B$, $h + \triangle h$, $n + \triangle n$,

waarbij we de aangroeiingen positief zullen rekenen, indien P, v, Q, B, h en n naar bovenstrooms toe in grootte toenemen. Is $\triangle Q$ de hoeveelheid water, welke door het rooster valt over een lengte $\triangle x$, dan kunnen we weer de formule opstellen:

$$\triangle Q_x = \varphi \psi \sqrt{2g h_x} \triangle F,$$

waarbij h_x de plaatselijke waterdiepte boven het rooster is.

We passen nu op het vloeistofinterval het theorema van de hoeveelheid van beweging toe. Voor de begindoorsnede is:

$$S = m\,v = \frac{\beta Q \gamma}{g} v.$$

Het inlaatdebiet geeft: $\frac{\beta \gamma \triangle Q (v + \frac{1}{2} \triangle v)}{g}$, terwijl voor de einddoorsnede geldt:

$\frac{(Q + \triangle Q)(v + \triangle v) \beta \gamma}{g}$, zoodat de hoeveelheid van beweging in de richting van den waterloop wordt:

$$\Sigma S = \left\{ \frac{Q v}{g} + \frac{\triangle Q (v + \frac{1}{2} \triangle v)}{g} - \frac{(Q + \triangle Q)(v + \triangle v)}{g} \right\} \beta \gamma \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

De op het vloeistofinterval werkende drukken zijn:

$$P_a = \left(\frac{B h^2}{2} + \frac{n h^3}{3} \right) \text{ en}$$

$$P_b = P_a + \triangle P = \frac{(B + \triangle B)(h + \triangle h)^2}{2} + \frac{(n + \triangle n)(h + \triangle h)^3}{3} \quad \ldots\ldots \quad (41)$$

Voor de divergeerende zijwanden kunnen, indien voor de projecties van de zijvlakken als benadering de parallelogrammen $D\,E\,G\,F$ en de driehoeken $G\,H\,K$ worden genomen, de volgende betrekkingen worden opgesteld:

$$K = \frac{\triangle B h^2}{2} + \frac{\triangle n}{3} (h + \triangle h)^3 =$$

$$= \frac{\triangle B h^2}{2} + \frac{\triangle n}{3} (h^3 + \triangle h^3 + 3 h^2 \triangle h + 3 h \triangle h^2) \quad \ldots\ldots \quad (42)$$

en bij verwaarloozing van producten en machten van $\triangle$:

$$K = \frac{\triangle B h^2}{2} + \frac{\triangle n h^3}{3} \quad \ldots\ldots \quad (43)$$

Voor het gewicht G vinden we: $(F + \frac{1}{2} \triangle F) \cdot i \triangle x$, terwijl we voor den bewegingsweerstand r kunnen schrijven: $-(F + \frac{1}{2} \triangle F) I \triangle x$.

Practisch kunnen we vanwege de kleine waarden van G en r voor de beide laatste uitdrukkingen zetten:

$$G + r = -F (I - i) \triangle x \quad \ldots\ldots \quad (44)$$

De eindvergelijking wordt alzoo van de gedaante:

$$\frac{Q v}{g} + \frac{\triangle Q (v + \frac{1}{2} \triangle v)}{g} - \frac{(Q + \triangle Q)(v + \triangle v)}{g} =$$

$$= \left\{ \frac{(B + \triangle B)(h + \triangle h)^2}{2} + \frac{(n + \triangle n)(h + \triangle h)^3}{3} \right\} - \left\{ \frac{B h^2}{2} + \frac{n h^3}{3} \right\} - \left\{ \frac{\triangle B h^2}{2} + \frac{\triangle n h^3}{3} \right\} - F \triangle x (I - i),$$

aannemende β en γ gelijk 1 $\quad \ldots\ldots \quad (45)$

In verband met $v = \frac{Q}{F}$, $F = h(B + n\,h)$ en

$$v + \triangle v = \frac{Q + \triangle Q}{F + \triangle F} \quad \ldots\ldots\ldots (46)$$

is:

$$\frac{Q^2}{g\,F} + \frac{Q \triangle Q}{g\,F} - \frac{(Q + \triangle Q)^2}{g\,(F + \triangle F)} = \frac{Q^2 + Q \triangle Q}{g\,F} -$$

$$- \frac{(Q + \triangle Q)^2}{g\,(F + \triangle F)} = \left\{ \frac{(B + \triangle B)(h^2 + 2\,h \triangle h)}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(n + \triangle n)(h^3 + 3\,h^2 \triangle h)}{3} \right\} - \frac{B\,h^2}{2} - \frac{n\,h^3}{3} -$$

$$- \frac{\triangle B\,h^2}{2} - \frac{\triangle n\,h^3}{3} - \triangle x\,(I - i)(B\,h + n\,h^2) =$$

$$= \left\{ \frac{(B\,h^2 + 2\,B\,h \triangle h + h^2 \triangle B)}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(n\,h^3 + 3\,n\,h^2 \triangle h + h^3 \triangle n)}{3} \right\} - \frac{B\,h^2}{2} - \frac{n\,h^3}{3} -$$

$$- \frac{\triangle B\,h^2}{2} - \frac{h^3 \triangle n}{3} - \triangle x\,(I - i)(B\,h + n\,h^2)$$

$$\ldots\ldots\ldots (47)$$

vooropstellende, dat de producten van de $\triangle$-termen buiten beschouwing kunnen blijven.

Verder is onder dezelfde verwaarloozing: $\triangle F = (B + \triangle B)(h + \triangle h) + (n + \triangle n)(h + \triangle h)^2 - h\,(B + nh) = B\,h + B \triangle h + h \triangle B + n\,h^2 + 2\,n\,h \triangle h + h^2 \triangle n - B\,h - n\,h^2 = B \triangle h + h \triangle B + 2\,n\,h \triangle h + h^2 \triangle n$ ..... (48)

Dan wordt: $\frac{Q^2 + Q \triangle Q}{g\,F} - \frac{(Q + \triangle Q)^2}{g\,(F + \triangle F)} =$

$$= \frac{1}{g}\left(\frac{Q^2 + Q \triangle Q}{F} - \frac{Q^2 + 2\,Q \triangle Q}{F + \triangle F} \right) =$$

$$= \frac{1}{g}\left(\frac{Q^2 \triangle F - F\,Q \triangle Q}{F(F + \triangle F)} \right) =$$

$$= \frac{1}{g}\left[\frac{Q^2 \triangle B\,h + Q^2 \triangle h\,B + Q^2\,2\,n\,h \triangle h + Q^2 h^2 \triangle n - Q \triangle Q\,B\,h - Q \triangle Q\,n\,h^2}{(B\,h + n\,h^2)\left\{ (B\,h + n\,h^2) + \triangle h\,(B + 2\,n\,h) + h \triangle B + h^2 \triangle n \right\}} \right] =$$

$$= (B\,h + n\,h^2) \triangle h - \triangle x\,(I - i)(B\,h + n\,h^2)$$

$$\ldots\ldots\ldots (49)$$

Practisch kunnen we voor $F \cdot (F + \triangle F)$, in verband met het bovenstaande, wel $(B\,h + n\,h^2)^2$ stellen, waardoor de uiteindelijke vergelijking zich laat reduceeren tot:

$$\frac{\triangle h}{\triangle x} = \left\{ (I - i) - \frac{Q \triangle Q}{g \triangle x\,(B\,h + n\,h^2)^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{Q^2\,h \triangle B}{g \triangle x\,(B\,h + n\,h^2)^3} + \frac{Q^2 h^2 \triangle n}{g \triangle x\,(B\,h + n\,h^2)^3} \right\} :$$

$$: \left(1 - \frac{Q^2\,(B + 2\,n\,h)}{g\,(B\,h + n\,h^2)^3} \right) \quad \ldots\ldots\ldots (50)$$

Indien geen rooster aanwezig is, als dus $\triangle Q$ gelijk nul is, zal de tweede term binnen de accoladen van vergelijking (50) verdwijnen. Indien verder B constant is, vervalt de derde term aldaar en bij een gelijkblijvende taludhelling de vierde term, zoodat de vergelijking de volgende gedaante krijgt:

$$\frac{\triangle h}{\triangle x} = \frac{I - i}{1 - \frac{Q^2\,(B + 2\,n\,h)}{g\,(B\,h + n\,h^2)^3}} \quad \ldots\ldots\ldots (51)$$

Verifieeren we de laatste uitkomst aan de algemeene formule van de niet-eenparige permanente waterbeweging, die, zooals bekend, uit de beschouwing van de hoeveelheid arbeidsvermogen in twee doorsneden, als volgt kan worden geformuleerd:

$$y = \frac{\beta}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + \int_{x_1}^{x_2} \frac{\chi}{F} \frac{v^2}{C^2}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots (52)$$

$$\text{of } dy = \beta \frac{d\,(v^2)}{2\,g} + \frac{v^2}{C^2} \frac{\chi}{F}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots (53)$$

dan vinden we bij een gegeven bodemverhang:

$$i\,dx - dh = \frac{\chi}{F} \frac{v^2}{C^2}\,dx + \beta \frac{d\,(v^2)}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (54)$$

Nu is voor een trapeziumvormig profiel:

$$\chi = B + 2\,h\,\sqrt{1 + n^2} \quad \ldots\ldots\ldots (55)$$

$$F = h\,(B + n\,h) \quad \ldots\ldots\ldots (56)$$

$$\text{en } v^2 = \frac{Q^2}{h^2\,(B + n\,h)^2} \quad \ldots\ldots\ldots (57)$$

zoodat we de betrekking krijgen:

$$i\,dx - dh = \frac{B + 2\,h\,\sqrt{1 + n^2}}{h\,(B + n\,h)} \cdot \frac{v^2\,dx}{C^2} + \beta \frac{d\,(v^2)}{2\,g} =$$

$$= \frac{B + 2\,h\,\sqrt{1 + n^2}}{h\,(B + n\,h)} \frac{dx}{C^2} \frac{Q^2}{h^2\,(B + nh)^2} +$$

$$+ \frac{\beta}{2g} d\left\{ \frac{Q^2}{h^2\,(B + nh)^2} \right\} =$$

$$= dx \frac{Q^2\,(B + 2\,h\,\sqrt{1 + n^2})}{C^2\,h^3\,(B + n\,h)^3} + \beta \frac{Q^2}{2g} \left\{ -2\,h^{-3}(B + \right.$$

$$\left. + n\,h)^{-2} - 2\,h^{-2}(B + n\,h)^{-3}\,n \right\} dh =$$

$$= dx \frac{Q^2\,(B + 2\,h\,\sqrt{1 + n^2})}{C^2\,h^3\,(B + n\,h)^3} -$$

$$- \frac{\beta\,Q^2}{g} \left\{ \frac{1}{h^3\,(B + n\,h)^2} + \frac{n}{h^2\,(B + n\,h)^3} \right\} dh \quad \ldots (58)$$

$$i - \frac{dh}{dx} = \frac{Q^2 (B + 2h\sqrt{1+n^2})}{C^2 h^3 (B + nh)^3} - \frac{\beta Q^2}{g}\left\{\frac{B + 2nh}{h^3 (B + nh)^3}\right\}\frac{dh}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (59)$$

$$\frac{dh}{dx} = i\,\frac{1 - \dfrac{Q^2 (B + 2h\sqrt{1+n^2})}{C^2 i h^3 (B + nh)^3}}{1 - \dfrac{\beta Q^2 (B + 2nh)}{g h^3 (B + nh)^3}} = \frac{I - i}{1 - \dfrac{\beta Q^2 (B + 2nh)}{g h^3 (B + nh)^3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (60)$$

waarmede (**51**) correspondeert.

In de laatste vergelijking is er inderdaad rekening mede gehouden, dat in de werkelijkheid in elk punt van de betrekkelijke doorsneden de ware snelheden niet gelijk zijn aan de gemiddelde snelheid v, zoodat voor de hoeveelheid arbeidsvermogen van beweging ten rechte is gesteld $A = \Sigma \frac{\gamma V^3 \omega}{2g}$ (V is werkelijke snelheid in een vezel met doorsnede ω), instede van $\frac{\gamma Q v^2}{2g}$.

Omdat V deels grooter, deels kleiner zal zijn dan v, dus in het algemeen $V = v + u$ (waarbij u gedeeltelijk positief, gedeeltelijk negatief is), wordt de uitdrukking van het arbeidsvermogen:

$$A = \Sigma (v+u)^3 \frac{\gamma \omega}{2g} = \frac{\gamma}{2g}\Sigma (v+u)^3 \omega =$$

$$= \frac{\gamma}{2g}\Sigma (v^3\omega + 3v^2 u\omega + 3v u^2 \omega + u^3 \omega) =$$

$$= \frac{\gamma}{2g}(\Sigma v^3 \omega + 3\Sigma v^2 u\omega + 3\Sigma v u^2 \omega + \Sigma u^3 \omega).$$

Aangezien $\Sigma u^2 \omega$ voor alle waarden van u een positieve waarde heeft, terwijl $\Sigma u\omega + \Sigma u^3 \omega$ vanwege het variabele teeken van u gelijk nul kan worden gesteld, wordt:

$$A = \frac{\gamma}{2g}(v^3 F + 3v\Sigma u^2 \omega) = \frac{\gamma}{2g} v^3 F\left(1 + 3\frac{\Sigma u^2 \omega}{v^2 F}\right) \quad \ldots\ldots (61)$$

waarbij de term tusschen haakjes altijd > 1, terwijl proefondervindelijk de waarde daarvan gesteld kan worden op $\frac{10}{9}$.

Nemen we (**60**) nader in beschouwing, dan is voor een rechthoekig profiel ($n = 0$):

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{I - i}{1 - \dfrac{Q^2}{g B^2 h^3}} = \frac{I - i}{1 - \dfrac{Q^2}{g F^2 h}} = \frac{I - i}{1 - \dfrac{v^2}{g h}} \quad \ldots\ldots (62)$$

Indien de helling van den bodem juist voldoende is om den invloed van de wandwrijving te compenseeren, dus als $i = I$, wordt $\frac{\Delta h}{\Delta x} = 0$, d.w.z. dat de waterdiepte constant blijft, hetgeen de eenparige beweging impliceert.

Wanneer $\frac{Q^2}{g}\frac{B + 2nh}{(Bh + nh^2)^3} = 1$

of $\frac{Q^2 (B + 2nh)}{g F^2 (Bh + nh^2)} = \frac{v^2 (B + 2nh)}{g (Bh + nh^2)} = 1$

of $\frac{Bh + nh^2}{B + 2nh} = \frac{v^2}{g}$, hetgeen de dubbele waarde is van de snelheidshoogte, zal het stroomingsverschijnsel worden beheerscht door de kritische waterdiepte en zal in het bijzonder bij een rechthoekig profiel ($n = 0$) zijn:

$$\frac{Bh}{B} = h = \frac{v^2}{g} \quad \text{of} \quad v = \sqrt{gh}.$$

Onderscheiden we tenslotte de vroeger gevonden voorwaarde:

$\frac{dh}{dx} = -2\mu\frac{\sqrt{h(H-h)}}{2H - 3h}$ voor een rechthoekig profiel van de algemeene vergelijking, verkregen uit het theorema van de hoeveelheid van beweging:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{(I - i) - \dfrac{Q\,\Delta Q}{g\,\Delta x (Bh + nh^2)^2} + \dfrac{Q^2 h\,\Delta B}{g\,\Delta x (Bh + nh^2)^3} + \dfrac{Q^2 h^2\,\Delta n}{g\,\Delta x (Bh + nh^2)^3}}{1 - \dfrac{Q^2 (B + 2nh)}{g (Bh + nh^2)^3}},$$

dan vinden we voor een constante breedte B (ΔB en Δn gelijk nul):

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{(I - i) - \dfrac{Q\,\Delta Q}{g\,\Delta x (Bh + nh^2)^2}}{1 - \dfrac{Q^2 (B + 2nh)}{g (Bh + nh^2)^3}} \quad \ldots\ldots (63)$$

terwijl door de aanname van een gelijkblijvende hoogte van de energielijn en van een rechthoekig profiel ($I - i$ en n gelijk nul) verkregen wordt:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{\dfrac{Q\,\Delta Q}{g B^2 h^2\,\Delta x}}{1 - \dfrac{Q^2}{g h^3 B^2}} = \frac{h \cdot Q \cdot \dfrac{\Delta Q}{\Delta x}}{B^2 g h^3 - Q^2} \quad \ldots\ldots (64)$$

waarbij voor $\frac{\triangle Q}{\triangle x}$ kan worden geschreven

$+ \varphi \psi B \sqrt{2g h} = + \mu B \sqrt{2g h}$ en voor

$Q = B h \sqrt{2g (H - h)}$.

$\frac{\triangle h}{\triangle x}$ wordt dan: $\frac{+ h \cdot h \sqrt{2g (H - h)} \cdot \mu \sqrt{2g h}}{g h^3 - 2g (H - h) h^2} =$

$= \frac{+ h^2 \cdot 2g \mu \sqrt{h (H - h)}}{g h^2 (h - 2H + 2h)} = - 2 \mu \frac{\sqrt{h (H - h)}}{- 3 h + 2 H}$,

waardoor de relatie tusschen beide vergelijkingen is aangetoond.

De betrekking (**50**) kan worden benut voor de berekeningsmethode van de intervalrekening, waarbij de differentiaalvergelijking van de waterlijn door aannamen van eindige differenties $\triangle x$ trapsgewijs kan worden opgelost. Het verloop van de berekening moge blijken uit *tabel C*.

Gegeven: $Q_2 = 15$ m³/sec
$h_2 = 1$ m
$B = 10$ m
$k = 100$
$n = 1$

Roosterstaven van 2 cm breedte op onderlingen afstand van 2 cm en met een doorlaatcoëfficiënt $\varphi = 0{,}60$
$\psi = 0{,}50$

$v_2 = \frac{15}{1 \cdot (10 + 1)} = 1{,}364$ m/sec

$R_2 = \frac{1 \cdot (10 + 1)}{10 + 2{,}828} = 0{,}857$ m

$i = \frac{1{,}364^2}{10^4 \cdot 0{,}814} = 0{,}00023$

$h_{kr} = \sqrt[3]{\frac{1{,}11 \cdot 15^2 \cdot 12}{9{,}78 (10 + 1)^3}} =$ ca. 0,60 m

$\Delta Q = \Delta x \cdot \psi B \cdot \varphi \sqrt{2g h_x} = 0{,}663 \sqrt{h_x} \cdot$

Tabel C.

Plaats	Δx	h	B	ΔB	n	Δn	Q	ΔQ	$v = \frac{Q}{h (10 + h)}$	R
200		1,000	10	—	1	—	15,000		1,364	0,857
	0,05							0,662		
195		0,990	10	—	1	—	15,662		1,439	0,850
	0,05							0,658		
190		0,978	10	—	1	—	16,320		1,521	0,841
	0,05							0,654		
185		0,965	10	—	1	—	16,974		1,604	0,831
	0,05							0,650		
180		0,950	10	—	1	—	17,624		1,693	0,820
	0,05							0,644		
175		0,934	10	—	1	—	18,269		1,788	0,808
	0,05							0,638		
170		0,916	10	—	1	—	18,907		1,892	0,794
	0,05							0,631		
165		0,894	10	—	1	—	19,538		2,005	0,778
	0,05							0,623		
160		0,868	10	—	1	—	20,161		2,136	0,758
	0,05							0,612		
155		0,834	10	—	1	—	20,773		2,299	0,732
	0,05							0,596		
150		0,781	10	—	1	—	21,369		2,537	0,689

Plaats	$I = \frac{v^2}{k^2 R^{\frac{4}{3}}}$	i	b	c	$1 - c$	Δh
200	0,00023	0,00023	0,0084	0,204	0,796	— 0,0105
195	0,00026	0,00023	0,0089	0,233	0,767	— 0,0116
190	0,00029	0,00023	0,0095	0,263	0,737	— 0,0129
185	0,00033	0,00023	0,0101	0,296	0,704	— 0,0143
180	0,00037	0,00023	0,0108	0,335	0,665	— 0,0163
175	0,00042	0,00023	0,0115	0,379	0,621	— 0,0185
170	0,00049	0,00023	0,0120	0,434	0,566	— 0,0212
165	0,00056	0,00023	0,0132	0,497	0,503	— 0,0262
160	0,00066	0,00023	0,0143	0,580	0,420	— 0,0341
155	0,00080	0,00023	0,0158	0,704	0,296	— 0,0534
150	0,00106	0,00023	0,0000	0,903	0,097	+ 0,0005

$b = \frac{0{,}663\ v \sqrt{h}}{9{,}78\ h (10 + h)}$. $R = \frac{h (10 + h)}{10 + 2{,}828\ h}$. $c = \frac{v^2 (10 + 2\ h)}{9{,}78\ h (10 + h)}$.

De waarde van den doorlaatcoëfficiënt van het rooster kan alsnog worden geverifieerd met de waarde, verkregen uit de betrekking:

$q = \Sigma \triangle Q = \mu B \Sigma \triangle x \sqrt{2g h} = B L \mu \Sigma \sqrt{2g h}$,

waaruit:

$\mu = \frac{q}{B L \Sigma \sqrt{2g h}}$.

Vanzelfsprekend kan de vroeger afgeleide betrekking (22) ook voor de trapsgewijze berekening van trapeziumvormige profielen worden toegepast. We krijgen dan:

$$\triangle h = h_a - h_b =$$

$$= \frac{\beta}{2g}\left[\left\{\frac{Q_a + \varphi\psi \triangle x B \sqrt{g(h_a + h_b)}}{h_b (B + n h_b)}\right\}^2 - \left\{\frac{Q_a}{h_a (B + n h_a)}\right\}^2\right] +$$

$$+ \triangle x\left[i - \left\{\frac{2 Q_a + \varphi\psi B \triangle x \sqrt{g(h_a + h_b)}}{B(h_a + h_b) + n(h_a^2 + h_b^2)}\right\}^2 \times \frac{1}{k^2\left(\frac{R_a + R_b}{2}\right)^{\frac{4}{3}}}\right] \quad \ldots\ldots (65)$$

Echter zal, vanwege de impliciete gedaante van verg. (65), waardoor de methode van probeeren moet worden doorgevoerd, de eerder afgeleide betrekking met behulp van de hoeveelheid van beweging, in verband met de mindere rekenkundige bewerkingen, te verkiezen zijn.

Grafische dimensioneering bij een willekeurigen profielvorm.

Grafisch kan de dimensioneering van een liggend rooster op de volgende benaderingswijze plaats vinden.

Nemen we eerst den stroomenden toestand aan, dus bij klein bodemverhang, dan kan van het gedeelte benedenstrooms van het rooster, waar het debiet Q_2 met de constante waterdiepte h_2 verder stroomt, de hoogte van de energielijn worden bepaald, waardoor de Q-kromme, aangevende het verband $Q = \Psi(h) = \Omega \sqrt{2g(H_2 - h)}$, kan worden geteekend, waarbij Ω gelijk is aan het doorstroomingsoppervlak voor de waterdiepte h.

Verder kan voor diverse waterdiepten h tusschen $\frac{2}{3} H$ en H, de betrekkelijke afvoer door het rooster worden berekend met behulp van:

$$\triangle Q = q = \varphi \sqrt{2g h} \cdot \triangle x \cdot \psi B.$$

In *fig. 6* is de werkwijze grafisch weergegeven. Voor $\triangle x$ is aangenomen 0,10 m.

Beginnen we met de benedenwaterdiepte h_2 en beschouwen we bij die waterdiepte den afvoer door het rooster over een interval van 0,10 m, dan is dadelijk door de overbrenging van de horizontale lijn ter hoogte van h_2 uit de $\triangle Q$-kromme het inlaatdebiet q_{h_2} over de strekking van 0,10 m bekend.

Het debiet in de waterloop zelf, bij de genoemde waterdiepte, vinden we uit de Q-lijn. Ter plaatse van profiel $b - b'$ is de waterhoeveelheid $Q_2 + q_{h_2} = Q_2 + q_{a-b}$, waardoor op de Q-kromme de abscis B moet worden vermeerderd met het stuk $x = q_{a-b}$ en zoodoende het punt C wordt verkregen. De waterdiepte, behoorende bij het punt C, is dan tevens de waterspiegel over de strekking $b' - c$, terwijl de afvoer over het interval $b' - c$ weer gevonden kan worden uit de abscis der $\triangle Q$-kromme ter hoogte $h_{b'-a}$. Op deze wijze voortgaande, krijgen we als een getrapte lijn de gedaante van den waterspiegel boven het rooster.

Het inlaatdebiet vindt men dan uit $\Sigma \triangle Q$ over de strekkingen van telkens 0,10 m.

Het behoeft wel geen betoog, dat naar gelang van de vereischte nauwkeurigheid door het stellen van kleine trajecten $\triangle x$, de vorm van den waterspiegel naar believen nauwkeurig kan worden benaderd.

Bij den schietenden bewegingstoestand, als $h < 0{,}667\ H$ is, dient het benedenste gedeelte van de Q-kromme in beschouwing te worden genomen (zie *fig. 7*).

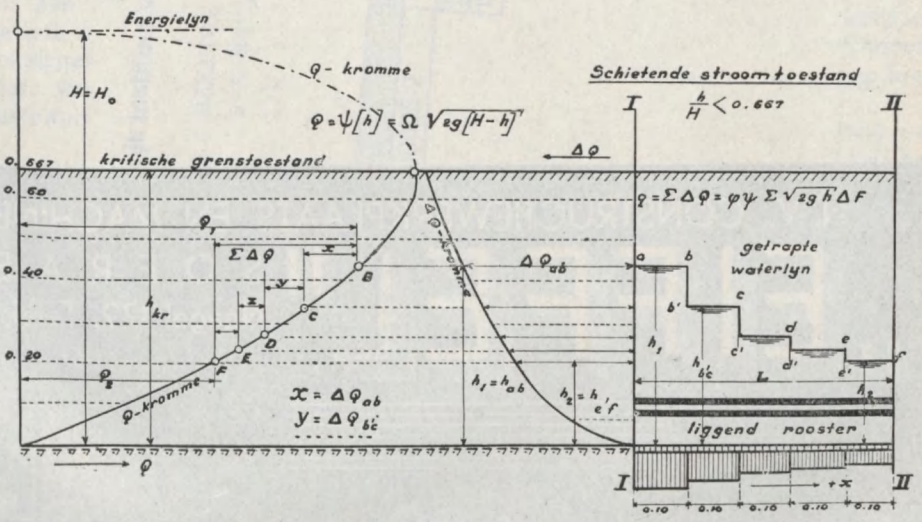

Fig. 6.

Het procédé is analoog aan hetgeen in het voorgaande is ontwikkeld. Alleen dient in verband met de juiste energielijn met het gedeelte bovenstrooms van het rooster te worden begonnen.

Tenslotte kan worden vermeld, dat op de bovenbeschreven methode uiteraard ook de lengte van het rooster $\Sigma \triangle x$, noodig voor een zeker inlaatdebiet, kan worden gevonden.

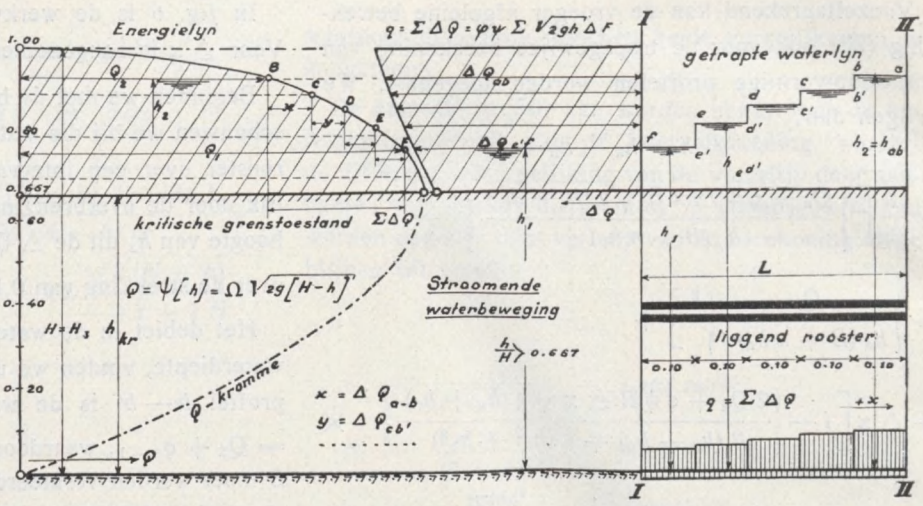

Fig. 7.

Literatuur.

1. Koch-Carstanjen, Von der Bewegung des Wassers und dabei auftretenden Kräften.
2. Nimmo, Side Spillways for regulating diversion canals, *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, 1928.
3. Herz, Bijdrage tot de berekening van den afvoer van zijdelingsche overlaten, *De Waterstaatsingenieur* No. 3 — 1924.
4. Schoklitsch, Referaat uit *L'Energia Elettrica* No. 11 — 1934, Over de dimensioneering van zijdelingsche overlaten, *Wasserkraft und Wasserwirtschaft*, 1937 H. 18.
5. Forchheimer, Hydraulik.

6e JAARGANG
NUMMER 7

DE INGENIEUR IN NEDERLANDSCH-INDIË

JULI
1939

IV. MIJNBOUW EN GEOLOGIE.
„DE MIJNINGENIEUR"

INHOUD: The results of phylomorphogenetic studies of some larger Foraminifera (a review), door dr. ir. Tan Sin Hok. — Remarks on the "letter classification" of the East Indian Tertiary, door dr. ir. Tan Sin Hok. — Economische mededeelingen.

The results of phylomorphogenetic studies of some larger Foraminifera (a review)

by

dr. ir. TAN SIN HOK, Bandoeng.

Introduction.

The study of phylomorphogenesis, i.e. the phylogenetic changes the various morphologic units of the tests have passed through, before they came to their actual being, must be based on populations of known and meanwhile of different stratigraphical age. Additional evidence can be drawn from the investigation of the ontogenesis of the forms concerned.

These inquiries yield an insight into the natural course of the phylogeny of the organisms considered. They enable an understanding of the conventional systematic groups, as well as their improvement so as to attain a natural classification.

Besides, the terms of a phylomorphogenetic series or bioseries will be important for the purpose of biostratigraphy, as consecutive bioserial phases will characterize populations of successive stratigraphical age.

Stratigraphical palaeontology carried out along this phylogenetic line of investigation will reach its goal much sooner than if restricted to the typologic morphologic analysis of the faunae only, as the former is a systematic search for index fossils. Moreover, it will be far more fascinating by its revealing some directing laws of organic life.

The present note makes no pretention to being exhaustive; it only gives the essential results illustrating the importance of phylomorphogenetic researches (see also Thalmann 1937, 1938). Further details will be found in the original papers mentioned at the end of this contribution.

Except for some slight changes this communication is similar to that presented to the 6th Pacific Science Congress at San Francisco, California (1939).

Review of the results.

The progress in the evolution of the megaspheric generation of *Cycloclypeus*, the Miogypsinids, and the Lepidocyclinids is well recorded by the nepiont. The term nepiont denotes a set of post-initial juvenile chambers, with which the juvenariuum can be defined in the most simple manner (see Tan 1939, p. 56 et seq.) [1]). The juvenarium (Henbest 1934) represents the juvenile stage; it designates the chambers which precede the stage of adult growth. In certain cases the nepiont appears to be identical with the complete set of post-initial juvenile chambers (e.g. in *Cycloclypeus*, and *Eulepidina*), but in other instances it is only part of them (e.g. many Lepidocyclines, and in the Miogypsinids).

The megaspheric juvenarium of the groups under consideration invariably starts with the initial apparatus (= protoconch + deuteroconch). The earlier post-initial juvenile chambers may represent ancestral stages (*Operculina* and *Heterostegina* phases in *Cycloclypeus*, a Rotalid stage in the Miogypsinids (see Barker & Grimsdale 1937; Tan 1936b), and an *Amphistegina* phase in the Lepidocyclinids (see Barker & Grimsdale 1936). These ancestral phases may be lacking, in which case the whole of the post-initial juvenarium serves to prepare the adult mode of growth.

In *Cycloclypeus*, Lepidocyclinids, and Miogypsinids further evolution results in an acceleration of the juvenile stage. The ancestral phases (except for the initial apparatus) are accelerated first, until they are completely skipped (e.g. in the Lepidocyclines and Miogypsines) or reduced to a high extent (e.g. in

1) This paper contains on pp. 55-59 a revision of the terminology of the central chambers. The original terminology is given by Tan 1935, and 1936b.

Cycloclypeus). After the elimination of the post-initial ancestral stage(s) the juvenarium becomes more and more complicated by changes which similarly result in a further acceleration.

The simple type of acceleration can be determined in most of the Cycloclypei [2]), and in the more primitive Miogypsinids (*Miogypsinoides* and the primitive *Miogypsinae*), as well as in the primitive Lepidocyclinids (*Eulinderina, Eolepidina* T a n (1939, p. 69), and some Polylepidines). It is based on the first appearance of a posterior stolo in the ancestral chambers (see T a n's discussion 1936b, p. 112; 1936c, p. 256), which with progressing evolution appears earlier and earlier, with the result that the number of ancestral chambers, as well as the total number of post-initial juvenile chambers becomes reduced. All the groups under consideration being derived from uniserial ancestors, the juvenile acceleration by simple reduction results in *uniserial* nepionts. The most reduced uniserial type, viz. in which only one single non-initial ancestral chamber is left, is realized in e.g. *Miogypsina borneensis* T a n (1936b), and in some Polylepidines, e.g. *Lepidoc. (Polylep.) gardnerae* C o l e (pro parte), *antillea* C u s h m a n (T a n 1939).

Further acceleration, though still based on a continued earlier development of the posterior stolo, results in more complicated nepionts. If the single post-initial ancestral chamber which is left in types as *Miogypsina borneensis*, and in some variants of *Lepidoc. (Polylep.) gardnerae*, develops a posterior stolo too, the resulting nepiont is *biserial* (e.g. in *Miogypsina kotôi bispiralis* T a n (see 1937a, p. 38), or in the biserial *Lepidoc. (Polylep.) gardnerae* C o l e (see T a n 1939).

If finally the deuteroconch itself is provided with a posterior stolo, the nepiont becomes *quadriserial*, e.g. *Miogypsina cushmani* V a u g h a n (see T a n 1937a, p. 92); *Lepidoc. (Polylep.) proteiformis* V a u g h a n (see T a n 1939) or *Lepidoc. (Polylep.) Zeijlmansi* T a n (1936a).

These more complicated nepionts are infrequent in *Cycloclypeus* (up till now they are only known from some very advanced Katacycloclypei), but they are characteristic for the advanced *Miogypsinae*, and the Lepidocyclines of an intermediate progressive stage (*Polylepidina* and some isolepidine Lepidocyclines, see T a n 1939). They also characterize the Cretaceous and Paleocene [3]) Orbitocyclines (see T a n 1939). In the *Miogypsinae* the biserial and the quadriserial nepionts are connected by transitions (i.e. the several substages of the *bifida* nepionic type, see T a n 1937a, p. 36).

The possibilities of an acceleration based on the earlier appearance of the posterior stolo, are exhausted when the quadriserial nepionic stage is attained. Further acceleration is now carried out by the development of additional stolons in the wall of the deuteroconch. These stolons give rise to adauxiliary chambers from which additional nepionic series originate. The resulting complicated nepionts are multi-auxiliary. The less progressive multi-auxiliary nepionts are characterized by few adauxiliary chambers, the more advanced ones by many adauxiliary chambers. The effect of this increase is that the nepionic series become shorter, i.e. a further acceleration as the number of buddings needed to prepare the adult mode of growth decreases (T a n 1939, p. 78). The final stage of acceleration is attained, when cyclical, i.e. the adult, mode of growth can start directly from the initial apparatus (e.g. in certain Eulepidines and Trybliolepidines).

This multi-auxiliary type of acceleration is common in the advanced Lepidocyclines, and in *Lepidorbitoides;* it is infrequent in the Miogypsinids [4]), and unknown in *Cycloclypeus*.

In the Lepidocyclines the multi-auxiliary mode of acceleration is furthered by the circumstance that the deuteroconch more and more includes the protoconch, giving rise to the following bioseries, viz. isolepidine, nephrolepidine, and trybliolepidine initial apparati. This process results in an elimination of the external protoconchal wall which in contrast with the deuteroconchal one never, or only very exceptionally develops additional stolons (see T a n 1937a, p. 112 et seq.). This progressive elimination means a shortening of the protoconchal nepionic series, i.e. further acceleration.

In *Lepidorbitoides* the deuteroconch does not appear to become involute (see T a n 1939).

From the typological point of view the following nepionic bioseries is realizable only, viz. (1) long uniserial; (2) reduced uniserial; (3) biserial; (4) quadriserial; (5) multi-auxiliary with few adauxiliary chambers; and (6) multi-auxiliary with many adauxiliary chambers.

From the investigation of large populations representing the same systematic group, it must be concluded that the associations of the nepionic types are subject to a definite rule viz. the nepionic variation appears to shift gradually and in a definite direction according to progressive stratigraphical age. This means that each phase of the above mentioned series is the probable pre-stage of the next one.

It also appears that many types are universal [5]). Consequently, they are no adaptations to special environments.

Finally, the examination of several geologic sections shows that the younger the strata the more accelerated are the nepionts.

---

2) See also C o s i j n 1938. The Spanish Cycloclypei display an orthogenetic reduction of the *Operculina* juvenile stage too. In most of the Indo-pacific representatives one single *Operculina* chamber is developed. This difference points out that the Spanish Cycloclypei may not be completely identical with the Indo-pacific ones.

3) Refers to *Orbitocyclina punjabensis* (D a v i e s) from Punjab which originally was considered as a polylepidine *Lepidocyclina* (see T a n 1939).

4) E.g. it is exhibited by *Miolepidocyclina excentrica* T a n (1937a, p. 40).

5) The European Miogypsinids also show the same nepionts as the Indo-pacific forms (according to unpublished data of T a n).

Though the above nepionic sequence has not yet been verified stratigraphically in all its details, the evidence available indicates that the nepionic acceleration is an orthogenetic phenomenon.

From the sequence of the forms representing consecutive nepionic types we can determine the bioseries in the other features. Some important facts have come to light, e.g. the earliest representatives of the Lepidocyclinids (viz. *Eulinderina*) as well as those of the Miogypsinids (*Miogypsinoides*) are devoid of lateral chambers. The primitive Lepidocyclines (viz. certain Polylepidines e.g. *gardnerae* Cole), as well as certain primitive Miogypsines (*Miogypsina primitiva* Tan) exhibit few irregularly distributed lateral chambers provided with roofs and floors of varying thickness. They are pauciluminate. The same bioseries is found in *Spiroclypeus*.

With respect to the bioseries of the median chambers it appears that the primitive Miogypsinids, Lepidocyclinids, and Lepidorbitoids display arcuate shapes. The most progressive representatives show radially elongated median chambers, viz. spatulate ones. In connection with this elongation, the stolon system of the progressive median chambers develops annular stolons, in contrast with the primitive chambers which are devoid of them.

The size of the initial apparati exhibits a perceptible phylogenetic increase (cf. the Cycloclypei (see Tan 1932, Cosijn 1938, p. 21), Miogypsinids, and Lepidocyclinids).

The bioserial changes seem to have taken place gradually. In the present author's former papers a saltatory evolution was put forward, but this view may have to be abandoned.

The bioseries in the several features appear to show a marked degree of independence from one another. For instance, representatives of several nepionts may display the same type of median or lateral chambers.

Parallel lineages have been determined, e.g. the Katacycloclypei have branched off from the normal Cycloclypei; *Eulepidina* seems to represent a parallel lineage derived from the lineage *Lepidocyclina* s. str. → *Trybliolepidina;* and *Miogypsina polymorpha* Rutt. may be considered as a representative of a lineage which originates from that of which *Miogypsina cushmani* Vaughan is the end term. It is noteworthy that these parallel lineages show a greater rate of juvenile acceleration and that they became extinct at an earlier geological age than the mother lineage [6]).

6) Compare also *Miolepidocyclina* and *Miogypsina* s. str. The first mentioned group shows a greater rate of evolution, if compared with the *Miogypsina* s. str. lineages. For instance, *Miolepidocyclina excentrica* Tan shows a multi-auxiliary nepiont, though it is confined to the time of about the extinction of *Spiroclypeus* and *Eulepidina*, i.e. Upper Aquitanian or Lower Burdigalian. In this time period other Miogypsinids may still show an uniserial, biserial or a "*bifida*" quadriserial nepiont.

It is pointed out that in America Miolepidocyclines are known which are very similar to *Miolep. excentrica* Tan, viz. *Miog. ("Miogypsina") venezuelana* Hodson, and *hawkinsi* Hodson (see Cole 1928). These American forms are less advanced, as they do not develop adauxiliary chambers.

This extinction may be accompanied by a decadence of the juvenarium ("Formverwilderung"). *Cyclolepidina* and certain Katacycloclypei may serve as an example (see Tan 1937a, p. 116 et seq.). Some facts point towards a probable degeneration in *Spiroclypeus* too (unpublished observations of Tan).

Very remarkable are the recapitulations of very similar shapes in the same group in different geologic times, e.g. *Eulepidina* of the Oligocene and Aquitanian and *Trybliolepidina* of the Younger Neogene time; the Eocene and the Aquitanian Spiroclypei; or the Old and Young Tertiary Heterostegines. This is the so-called phenomenon of iterative evolution.

The similarities can also be developed by groups of different origin, e.g. the uniserial, the biserial and quadriserial nepionts, as well as the shapes of the median chambers in the Miogypsinids and the Lepidocyclinids. (The Miogypsinids originate from a Rotalid, the Lepidocyclinids from an *Amphistegina*). As these similarities refer to phases of orthogenetic bioseries, i.e. as they are the results of changes which appear to be obligatory, being most probably due to fundamental qualities of the different groups, they cannot be explained as the effect of similar environment. Thus, they are not convergencies, but homomorphies in the sense of Nowikoff (1938).

A very remarkable similarity is also shown by the Cretaceous and Paleocene Orbitocyclines and the Cretaceous Lepidorbitoids on the one hand with certain Tertiary Lepidocyclines (Polylepidines and Nephrolepidines) on the other. An investigation of these types (Tan 1939) has shown the absence of a reliable criterion for their distinction. Differences can of course be determined, but they are slight. It appears that with respect to determination the difference in stratigraphical age is an important criterion.

In "Introduction" it has been stated that phylomorphogenetic investigations are of importance both for classification and biostratigraphy. They are essential for the establishment of a natural or phylogenetic classification.

The manner in which the bioseries can be applied for a classification will not be discussed here (for further details see Tan 1939, p. 67).

The insight into the evolution enables an understanding of several of the Lepidocyclinid subgenera, e.g. the subgenus *Polylepidina* appears to include uniserial, biserial, and quadriserial nepionic types. Besides, some forms were considered as *Polylepidina* by the mere fact of an irregularity of their juvenarium, e.g. "*Polylep.*" *mirandana* Hodson, *vanslobbeni* M. G. Rutten & Vermunt, *variabilis* L. Rutten. These abnormalities — which are due to the fact that the forms just mentioned, are compound individuals ("Doppeltschalen" of Rhumbler 1902) — cannot be accepted as a characteristic of *Polylepidina* [7]) (see Tan 1939).

7) Nevertheless, *Lep. variabilis* represent a *Polylepidina*.

Because of the existence of numerous transitional shapes, there is much confusion concerning the subgenus *Lepidocyclina* s. str., but particularly regarding *Nephrolepidina, Amphilepidina, Trybliolepidina,* and *Eulepidina.* It appears that these uncertainties are due (1) to the fact that the bioserial changes are gradual, and (2) to the coexistence of consecutive bioserial stages in many populations, i.e. the difficulty to differentiate, in all cases, individual variations from mutations in W a a g e n's sense. In a population of the same species we may determine, for instance, that the isolepidine nepiont predominates, meanwhile a small number of individuals may be nephrolepidine; or in another population we may find that the nephrolepidine shape is most common, whereas "isolepidine" type is in the minority.

According to the author *Amphilepidina* represents a transition between *Nephrolepidina* and *Trybliolepidina,* whereas *Trybliolepidina* is not synonymous with *Eulepidina.*

In his opinion it is improbable that the Lepidocyclines can ever be differentiated into groups all of which are sharply delimited. The conventional subgenera appear to be natural as a rule, being based on stages of the bioseries in the initial apparatus in most cases, and in other instances stages of the bioseries in the shape of the median chambers, or of those in the stolon system were taken into consideration too.

Some of these subgenera will probably have to be eliminated. These and further nomenclative problems will not be discussed here.

The external sculpture of the Lepidocyclines does not seem to be of much taxonomical value.

Another example of the importance of phylomorphogenetic inquiries for classification is afforded by *Orbitocyclina* and *Lepidorbitoides.* In contrast with views put forward by some authors, they appear to represent different groups of which the former is unknown from the European Cretaceous, whereas the latter is still to be determined from the New World.

Finally it is pointed out that the insight into the evolution of the Lepidocyclinids has rendered possible a better understanding of their palaeogeographic distribution, viz. it appears that the Eocene American Lepidocyclines are less advanced than those of the Mediterranean and Indo-pacific areas, whereas the Mediterranean Lepidocyclines (and Miogypsines) became extinct at a less progressive stage than the Indo-pacific ones.

The author's opinion regarding the e s s e n t i a l value of phylomorphogenetic studies for classification is the fact that they afford *an insight into the course of evolution, enabling a highly objective understanding of the mutual relations between conventional systematic groups, as well as that of the taxonomic value of the several features, and particularly, because they are of prime importance for the establishment of a natural system.*

For the purpose of biostratigraphy a natural system is most efficient, as it takes count of the chronological changes which the features have undergone. It is obvious that such changes are the rational symbols of the progress of geologic time. Therefore, natural groups will themselves have a chronological value. For instance, the lepidocyclinid subgenera *Lepidocyclina* s. str., *Nephrolepidina, Trybliolepidina,* and *Eulepidina* represent index groups. They indeed appear to be defined on stages of the bioseries in the shape of the deuteroconches.

The value of the phylomorphogenetic investigations for biostratigraphy is also clearly demonstrated by the Miogypsinids. For instance, the Indo-pacific "*Miogypsina thecideaeformis* R u t t e n" can be differentiated in a number of natural groups ("species" or "subspecies") which promise to be valuable index fossils. It is interesting to know that the Mediterranean "*Miogypsina irregularis* M i c h e l o t t i" can be differentiated in a similar manner (according to T a n's unpublished observations). *Miogypsinoides* appears to become extinct at about the end of the Aquitanian.

In "Introduction" it has been admitted that consecutive stages of a bioseries will characterize populations of successive stratigraphical age. Up till now this premise appears to hold good, as can be concluded from C o s i j n's investigations on Spanish Cycloclypei (1938), and from the author's researches on Indo-pacific Cycloclypei (1932), and Miogypsinids (which are not yet published in full. Some of the data regarding the last mentioned group are contained in the paper of 1937a).

These confirming results are no sufficient proof, however, of the possibility of general correlations on the strength of the separate bioserial stages. Much work is still to be done.

(a). Where populations from trustworthy sections are available, present knowledge of the phylomorphogenetic series should always be verified.

(b). Many details still need further investigation, particularly concerning the manner in which the orthogenetic reduction takes place in the same lineages. The evidence points out that with further evolution the variation curve of the same species gradually shifts in a definite direction, i.e. primitive stages become extinct, meanwhile the more advanced ones appear. For instance, supposing that we have the following three consecutive bioserial stages viz. a, b and c. In a chronological sequence we may find populations constituted of the following types, viz. (1) a; (2) a + b; (3) b; (4) b + c; and (5) c. But never e.g. (1) a; (2) c; (3) a + b; (4) a + c; (5) b. This means that the composition of populations of successive ages is subject to definite rules.

In essentials *Cycloclypeus* shows this type of orthogenesis too; the present author's statement concerning to constancy of certain variants in *Cycloclypeus* (1932) — the so-called mutants — needs further confirmation.

(c). It is still unknown to what extent the rate of bioserial change is influenced by environmental factors. From the fact that internal factors can speed up or slow down the rate of evolution (cf. the parallel lineages), such an influence cannot be excluded. Some data point out that the chronological difference due

to external milieu may not be essential, e.g. the fact that at the time of the extinction of *Eulepidina*, *Spiroclypeus*, and *Miogypsinoides* at about the end of the Aquitanian both in Southern Europe and in the Indo-pacific area the *Miogypsinae* s. str. develop the same nepionts.

It is obvious that correlations by means of the separate bioserial stages can only be successful, if they are based on representatives of the same lineage. If it would turn out that environmental factors exerted a marked change on the rate of evolution, exact interregional correlations would be impossible. This result would, moreover, imply that neither is such a correlation possible on the strength of comparisons of faunae, as in essential species are nothing else but a combination of stages of different bioseries, i.e. the species constituting the faunae, are likewise subject to the influence of the milieu what concerns their geologic range.

The eventual influence of external factors on the evolutional rate can be investigated in the following manner. Let us suppose that in different regions faunae are found containing representatives of genera A, B and C. If in the regions concerned consecutive populations of these genera are characterized by exactly the same bioserial stages, we have an indication that the bioserial rate is identical (see Tan 1936b, p. 119). The other interpretation viz. that the rate of evolution of the respective groups is changed in a similar manner, is rather improbable, if the groups considered are of very different origin (as is the case with the Miogypsinids with respect to the Lepidocyclinids).

The author's opinion concerning the biostratigraphic value of phylomorphogenetic researches is that *they mean a methodical search for index fossils, and that they also enable to establish a series of time markers in which the past geologic time is recorded in a gapless manner*, as the consecutive terms of the same bioseries represent a rational and continuous sequence. Such a palaeontological chronometer is of utmost importance, as by means of it other forms can be dated independently of the stratigraphical observation. For instance, from the results of the present author's, still incomplete, researches, it can already be concluded that *Katacycloclypeus annulatus* (Martin), *Miog. (Miogypsina) polymorpha* L. Rutten, *Miolepidina excentrica* Tan, *Alveolinella bontangensis* L. Rutten, a.o. will most probably be important index fossils. These views were already put forward in his paper of 1930 (p. 233): "if a bioseries is once established, of which all terms are known, so that it represents a sequence devoid of gaps, it will be a calendar with which the range of the forms coexisting with the group concerned in the same faunae can be dated, and by means of these the range of other ones can be determined".

Literature.

Barker, R. W. & Grimsdale, T. F. — **1936** — A contribution to the phylogeny of the Orbitoidal *Foraminifera* with descriptions of new forms from the Eocene of Mexico.

———— — **1937** — Studies of Mexican fossil *Foraminifera*.
Ann. Mag. Nat. Hist. (10), **19**, p. 161 — 178.

Cole, W. Storrs — **1938** — Stratigraphy and micropaleontology of two deep wells in Florida.
State of Florida Departm. of Conservation. Geol. Bull. **16**.

Cosijn, A. J. — **1938** — Statistical studies on the phylogeny of some *Foraminifera. Cycloclypeus* and *Lepidocyclina* from Spain, *Globorotalia* from the East-Indies.
Leidsche Geologische Mededeelingen, 10, pp. 1 — 61.

Henbest, Lloyd G. — **1934** — A new term for the youthful stage of foraminiferal shell.
Science, **79**.

Nowikoff, M. — **1938** — General and special homomorphism. *Acta Biotheoretica* Ser. A. **4**, pars 11, p. 85.

Rhumbler, L. — **1902** — Die Doppeltschalen von *Orbitoides* und anderer Foraminiferen, vom entwicklungsmechanischen Standpunkt aus betrachtet.
Arch. Protistenkunde, **1**, p. 193.

Tan Sin Hok, — **1930** — Over *Cycloclypeus*; voorloopige resultaten eener biostratigrafische studie.
De Mijningenieur, p. 233-242. (Preliminary communication).

————, — **1932** — On the Genus *Cycloclypeus* Carpenter I. Wetensch. Meded. **19**. Dienst van den Mijnbouw.

————, — **1935** — Die peri-embryonalen Äquatorialkammern bei einigen Orbitoididen.
Ingenieur in Ned.-Indië (IV), **2**, 113-126.

————, — **1936a** — *Lepidocyclina zeijlmansi* nov. sp., eine polylepidine Orbitoidide von Zentral-Borneo, nebst Bemerkungen über die verschiedenen Einteilungsweisen der Lepidocyclinen.
Ibidem. (IV) **3**, pp. 7-14.

————, — **1936b** — Zur Kenntnis der Miogypsiniden.
Ibidem (IV), **3**, pp. 45-61; 84-98; 109-123.

————, — **1936c** — Zur Kenntnis der Lepidocyclininden.
Natuurk. Tijdschrift Ned.-Indië, **96**, pp. 235-280.

————, — **1937a** — Weitere Untersuchungen über die Miogypsiniden I, II.
Ingenieur in Ned.-Indië (IV), **4**, pp. 35-45; 87-111.

————, — **1937b** — On the genus *Spiroclypeus* H. Douvillé with a description of the Eocene *Spiroclypeus vermicularis* nov. sp. from Koetai in East Borneo.
Ibidem (IV), **4**, pp. 177-193.

————, — **1939** — On *Polylepidina*, *Orbitocyclina* and *Lepidorbitoides*.
Ibidem (IV), **6**, pp. 53-83.

Thalmann, H. E. — **1937** — *Foraminifera*. In: Fortschritte der Paläontologie, **1**, pp. 66-82.

————, — **1938** — Wert und Bedeutung morphogenetischer Untersuchungen an Gross-Foraminiferen für die Stratigraphie. Mitteilungen über Foraminiferen IV.
Ecl. Geol. Helvetiae, **31**, Nr. 2, pp. 333-337.

Remarks on the "letter classification" of the East Indian Tertiary

by

dr. ir. TAN SIN HOK, Bandoeng [1]).

The designation by letter of the subdivisions of the East Indian Tertiaries based on the larger Foraminifera, was proposed by Dr. I. M. van der Vlerk (see van der Vlerk & Umbgrove 1927) for reason that a correct correlation with the stages in the classic European regions was not yet possible. Therefore, all international stratigraphic names were avoided, both in the original "letter classification" and in its elaboration by Leupold & van der Vlerk (1931).

Though Miss Caudri (1934) supports this idea in stating that the East Indian region was an independent area during the whole Tertiary, inhabited by an indigenous fauna, and therefore, the stages in the East Indian Archipelago can never be directly correlated in detail and with accurate synchronous limits, with the classic units of Western Europe, from recent papers of Gerth (1935) and Umbgrove (1938) it appears that the elimination of designations as Eocene, Oligocene, Miocene, and Pliocene is no more accepted generally. The present author's opinion (1936b) is that there cannot be any objection to reintroduce at least the terms Eocene and Oligocene. This identification does not imply the idea of a strict synchronism, as is neither the case when certain strata of the Malayan region are called Cenomanian. Some elasticity must always be allowed in the correlation of the main divisions.

Regarding the use of the terms Miocene and Pliocene, there are still some difficulties. The younger Neogene Indo-pacific marine faunae being fundamentally different from those of the classic areas, the Molluscs and the larger Foraminifera give no standard for the determination of the European equivalents of particularly the younger Neogene stages of the East Indies. Attempts have been made, but the results are not in harmony. For instance, in Gerth's table (1935), strata containing 34% recent Molluscs, together with the last Lepidocyclines, are considered as the top beds of Miocene, i.e. the upper limit of the Miocene is identified with the end of stage f of the "letter classification". In contrast, Umbgrove's table VII (1938) shows the boundary between Miocene and Pliocene at the top of Tertiary g, being in agreement with the practice in molluscan stratigraphy, as Tertiary g is defined by 30-50% recent Molluscs. The inclusion of stage g into the Miocene means that Miocene beds exist, which do no longer contain Lepidocyclines or Miogypsines.

The progress in East Indian Plio-Pleistocene Vertebrate palaeontology and stratigraphy in late years enables a more definite understanding of the Upper boundary of the Neogene. In Central and in East Java the Upper Pliocene "Kali Glagah" and the Lower Pleistocene "Djetis" Vertebrates became known (v. Koenigswald 1935, 1939) and from the stratigraphical sequences in the areas concerned (ter Haar 1934, Duyfjes 1938), the existence of an Upper Neogene stage devoid of larger Foraminifera can be considered as highly probable.

So, on the strength of the larger Foraminifera, and Vertebrates, the East Indian Neogene includes three main subdivisions, viz.

(1) The lower part is characterized by the assemblage *Eulepidina, Spiroclypeus,* and *Miogypsinoides,* but devoid of genuine Camerines. This division contains a number of European forms, viz. *Lep. elephantina* Mun.-Ch., *dilatata* Mich., *marginata* Mich.; *Miogypsinoides complanata* Schlumb., *Heterostegina assilinoides* Blanckenhorn (unpublished data of Tan). Besides, following species are common to both the European and the Indo-pacific area, viz. *Miogypsina borneensis* Tan, *Trillina howchini* Schlumb., a.o.

(2) The middle part is characterized by the lack of *Eulepidina, Spiroclypeus,* and *Miogypsinoides;* instead we find Trybliolepidines, and cyclolepidine Lepidocyclines, *Katacycloclypeus, Miogypsina polymorpha* L. Rutten, *bifida* L. Rutten, *cushmani* Vaughan, *irregularis* Mich. and *musperi* Tan; *Alveolinella* of the *bontangensis* L. Rutten, and *quoyi* d'Orb. type.

(3) The upper part does not contain *Lepidocyclina* and *Miogypsina* any longer.

How to designate these subdivisions? The lower part corresponds with n_1 of the notation of the Geological Survey of the East Indies (de Jongh 1933), or with stage e of the "letter classification". In this stage we still find a number of Mediterranean species, all of which point to the Aquitanian, so that the introduction of this term seems appropriate. A neutral designation is Lower Neogene, or Lower Miocene. It is pointed out that, in agreement with the common practice in East Indian literature, Aquitanian is considered as a Miocene stage.

In the middle subdivision species common to the Mediterranean region are known, e.g. *Miogypsina irregularis* Mich., where they are restricted to the lower strata (unpublished data of Tan). At the present state of knowledge the differentiation of a Burdigalian stage would be premature, and neither is it possible to fix the boundary between Miocene and Pliocene. This difficulty is due to the fact that the younger Neogene Indo-pacific marine faunae are fundamentally different from those of Southern Europe, viz. in this area types are found, unknown from the Mediterranean, e.g. *Katacycloclypeus, Trybliolepidina, Cyclolepidina, Alveolinella,* and several Miogypsinae as well. These groups must be considered as the more progressive representatives of

1) Except for some slight changes this communication is similar to that presented to the 6th Pacific Science Congress at California (1939).

genera which both regions have in common in Aquitanian; in the European area Miogypsines and Lepidocyclines disappear in Burdigalian time, whereas they continue to live in the Indo-pacific regions developing the more progressive bioserial terms. Tan, therefore, suggested (1936b, p. 120) that the disappearance of most of the larger Foraminifera from the Mediterranean is no real extinction, but an extermination, due to unfavourable climatic and ecologic circumstances.

This middle division corresponds with the stages $n_2 + n_3$ of the Geological Survey. A convenient comprehensive term to denote these stages, is Middle Neogene. The stages n_2 and n_3 can be defined as follows:

n_2 is characterized by Katacycloclypei; *Miogypsina bifida* L. Rutten, *polymorpha* L. Rutten, *musperi* Tan; *Alveolinellae* of the *bontangensis* type; *Lepidocyclina angulosa* Provale, *inflata* Provale, and some other Lepidocyclines may be restricted to this stage.

n_3 is defined by the lack of the above mentioned forms; and by the presence of *Trybliolepidina rutteni* van der Vlerk; *Cyclolepidina suvaensis* Whipple; *Alveolinella* of the *quoyi* type; *Cycloclypeus carpenteri* Brady.

The uppermost subdivision of the Neogene represents $n_4 + n_5$ of the notation of the Geological Survey; it can be identified with approximately the whole of stages g + h of the "letter classification". The arguments of the latter statement are:

Stage g[2]) and h are defined by 30-50%, and 50-60% recent Molluscs respectively. Recent geologic and paleontologic investigations carried out by Duyfjes (1938), ter Haar (1934), and von Koenigswald (1935, 1939) yielded evidence that on the strength of the Kali Glagah Vertebrates, the Kali Bioek Molluscan fauna of Boemiajoe in which Oostingh (1935) established 46½% recent Molluscs (according to Martin's standard), are Upper Pliocene. The well-known Sondé Molluscs (containing 53% recent forms) prove to be Upper Pliocene as well, whereas the Molluscan fauna of the Poetjangan Beds (with 68% recent Molluscs, see Martin 1932) are already Lower Pleistocene, according to the Djetis Vertebrate fauna. So the Upper limit of the Pliocene is defined by a percentage which is intermediate between 53-68% recent Molluscs, i.e. the whole stage h or part of it, is still Pliocene.

As the lower limit of the Pliocene cannot yet be determined in an exact manner, it will be of use to have a general term for denoting the uppermost subdivision of the Neogene, viz. Upper Neogene.

In 1931 Leupold & van der Vlerk gave a further elaboration of the "letter classification". It will appear that this more detailed subdivision cannot be accepted (see Tan's paper 1936c for further details).

(1) The possibility of a differentiation of the Eocene by *Assilina* is questionable. Up till now not a single geological section is available from the East Indies by which the surmised index value of the genus can be demonstrated. Consequently, this view must be based on the evidence from outside the East Indies, particularly from the Mediterranean region, as little is known from the British Indian Upper Eocene. It now appears that *Assilina* ranges upwards to the Priabonian of the Mediterranean area (Dalloni 1923, Flandrin 1938). Therefore, the opinion concerning the index value of *Assilina* needs further proof.

The absence of *Assilina* is usually considered as decisive for the determination of Tertiary stage b. The genus appears to be sensible to changes of facies, however, as could be demonstrated in the Eocene of Hungary. According to Rozlozsnik 1927 (p. 125), *Assilina* is, for instance, absent in the Basin of Budapest; in contrast, it is frequent and sometimes even rock-building in the Basin of Tatabánya; it is however, infrequent in the Basin of Esztergom. This sensibility to facies impairs the eventual chronologic value of the genus *Assilina*, particularly because it is represented by a few number of species only.

From the above discussion it is obvious that a differentiation of the East Indian Eocene by means of *Assilina* (i.e. in stages a and b) cannot yet be recommended, nor can the genus be used for the dating of other species.

(2) "*Camerina nuttalli*" and "*thalica*" are stated to be essential for the determination of the Tertiary a_1 stage. Since Miss Caudri (1934, p. 56) has proven that they are not identic with the original Ranikot species, there is no evidence left that the strata concerned, are of a_1 (= oldest Eocene) age. It is noteworthy that Miss Caudri considers the strata containing the above mentioned species to represent stage a_2.

(3) The criterium for the distinction of Tertiary c and d is given by *Lepidocyclina* s.l. Since the discovery of *Polylepidina zeijlmansi* Tan (1936a) in Central Borneo, being a species which is very similar to American Eocene forms, and which in East Borneo is most probably of Eocene age too, the value of this criterion is impaired.

(4) *Lepidocyclina* s. str. is indicated to appear in Tertiary d. This evidence is based on *Lep.* (*Lep.*) *boetonensis* v. d. Vl. There is a possibility, however, that this species is Eocene (see Tan 1936a, p. 10).

(5) *Nephrolepidina* is applied for the distinction of Tertiary d from e_1. Since Nephrolepidines have been determined in strata underlying beds with reticulate Camerines, this criterion must be withdrawn.

(6) *Spiroclypeus* is a standard for the differentiation of Tertiary e_1 from e_2. This view must be revised. The presence of Eocene Spiroclypei could be proven in a very exact manner (see Ubaghs 1936; Tan 1937).

2) Stage g is originally proposed to include the Antjam and Domaring beds of East Borneo (Umbgrove 1929); in 1931 it was redefined by means of molluscan percentages (30-50%) (see Leupold & van der Vlerk). In the latter paper the Domaring beds are placed in stages g and h.

(7) *Miogypsinoides* is indicated as a criterion for the discrimination of Tertiary e_3 from e_4. From the Sungei Apar section (E. Borneo) it, however, appears that it may occur in beds which are but slightly younger than those containing reticulate Camerines. *Miogypsinoides* must have appeared in Oligocene time, or in Lower Aquitanian (T a n 1936c).

(8) *Miogypsina* s. str. is indicated as a standard for the differentiation of Tertiary e_4 from e_5. The evidence from the Sungei Apar section (E. Borneo) points to an earlier appearance, at any case not in uppermost Aquitanian.

(9) Microspheric Lepidocyclines exceeding 15 mm in diameter are said to have become extinct at the end of Tertiary f_1. Such forms have been determined in strata overlying the "f_3" Njalindoeng and Tjilanang-beds (T a n 1935).

(10) There are several species of *Spiroclypeus, Lepidocyclina, Miogypsina* and Alveolinids which were applied for the distinction of substages. There is unfortunately considerable confusion with respect to the identification of the species of larger Foraminifera, e.g. of *Spiroclypeus, Eulepidina, Nephrolepidina, Trybliolepidina*, and *Miogypsina*. As long as these forms cannot be defined more objectively, they cannot give a trustworthy standard for a detailed stratigraphical subdivision [3]).

(11) It must also be pointed out that associations containing: *Eulepidina* + small Lepidocyclines; Lepidocyclines + *Spiroclypeus* + *Miogypsinoides;* Eulepidines + Miogypsines are not decisive for the determination of the so-called Beboeloeh-transgression (Tertiary e_5), which by some authors is considered as a very important paleogeographic moment in the East Indies. Such a definition may refer to the whole of the Oligocene time and Aquitanian, or to Aquitanian.

(12) The stages g, and h may be considered as artificial as appears from the fact that faunae containing $46\frac{1}{2}\%$, and 53% recent molluscs (Kali Bioek, and Sondé) are both Young Pliocene, whereas according to the revised "letter classification" they would represent g, and h_1 at least; even h_2 may belong to the Upper Pliocene as well.

From the above statements we must conclude that the further subdivision of the East Indian Tertiary epochs is still far from convincing. The present author is of the opinion that by means of the larger Foraminifera, satisfactory determinations are possible with regard to the boundary between:

(a). Eocene and Oligocene.
(b). Aquitanian and Post-Aquitanian.
(c). Stage n_2 and n_3 of the Middle Neogene.
(d). Middle and Upper Neogene.

The further differentiation of these main divisions can only be successful from the investigation of actual geologic sections, and moreover, if the several species of larger Foraminifera can be defined in a more objective manner. To this purpose the phylomorphogenetic line of investigation will be of great use (see the author's preceding communication). In many cases a further subdivision of these stages can at present better be done by the use of local stratigraphical names.

It is urged that at the present state of knowledge the differentiation of Oligocene from Aquitanian by means of larger Foraminifera is only possible if reticulate or other genuine Camerines are present. So the absence of these forms is not conclusive for the opinion that the strata concerned are not Oligocene. In this respect it is of importance to know that in some cases the discrimination of a "genuine" *Camerina* from *Operculinoides* H a n z a w a is very difficult, the latter being *Camerina*-like Operculines which also occur in the Indo-pacific Neogene.

3) It is noteworthy that F l a n d r i n (1938, p. 107) came to the conclusion that Lepidocyclines cannot be applied for differentiating the several Oligocene subdivisions (i.e. including Aquitanian), and that D a v i d - S y l v a i n (1937, p. 9) came to the same negative conclusion regarding the possibility of a differentiation of Aquitanian and Burdigalian Lepidocyclines. These statements need further investigation; in the Indo-pacific region the possibility of a differentiation of particularly the Aquitanian from the younger forms is highly probable.

Literature.

C a u d r i, C. M. B. — **1934** — Tertiary Deposits of Soemba.

D a l l o n i, M. — **1923** — Contribution à l'étude des terrains tertiaires de la Thessalie et de l'Epire. *Bull. Soc. Géol. France* (4), **23**, pp. 284-294.

D u y f j e s, J. — **1938** — Toelichting bij Blad 110 (Modjokerto). Geologische kaart van Java (1 : 100 000). Dienst van den Mijnbouw.

D a v i d - S y l v a i n, E. — **1937** — Étude sur quelques grands foraminifères tertiaires. *Mém. Soc. Géol. France.* (N. S.), **15**.

F l a n d r i n, J. — **1938** — Contribution à l'étude paléontologique du Nummulitique algérien. *Matériaux Carte Géol. Algérie.* Paléontologie 8.

G e r t h, H. — **1935** — The distribution and evolution of the larger Foraminifera in the Tertiary Sediments. *Proceed. Kon. Akad. Wetenschappen Amsterdam*, **38**, pp. 455-461.

d e J o n g h, A. C. — **1933** — Preface of „Toelichting bij blad 14 (Bajah)". Geologische Kaart van Java (1 : 100 000). Dienst van den Mijnbouw.

K o e n i g s w a l d, G. H. R. v o n. — **1935** — Die fossilen Säugetierfaunen Javas. *Proc. Kon. Akad. Wetensch. Amsterdam* **38**, pp. 188-198.

————. — **1939** — Das Pleistocän Javas. *Quartär* **2**, pp. 28-53.

L e u p o l d, W. & v a n d e r V l e r k, I. M. — **1931** — "The Tertiary" in: Feestbundel Prof. K. Martin. *Leidsche Geologische Mededeelingen*, 5, pp. 611-648.

M a r t i n, K. — **1932** — De ouderdom der sedimenten van den door Dr. J. Cosijn opgenomen anticlinaal in de residentie Soerabaja. *Verhand. Geol. Mijnbouwk. Genootschap, Geol. Serie*, 9, pp. 149-151.

O o s t i n g h, C. H. — **1935** — Die Mollusken des Pliozän von Boemiajoe (Java). *Wetenschappelijke Mededeelingen* **26**. Dienst van den Mijnbouw.

R o z l o z s n i k, P. — **1927** — Einleitung in das Studium der Nummulinen und Assilinen. *Mitteil. Jahrb. Kgl. Ungar. Geol. Anstalt.* **26**.

Tan Sin Hok. — **1935** — Über *Lepidocyclina gigantea* K. Martin von Süd-Priangan, Tegal (Mitteljava) und Benkoelen (Süd-Sumatra).
Ingenieur in Ned.-Indië (IV), **2**, pp. 8.

————. — **1936a** — *Lepidocyclina zeijlmansi* nov. sp., eine polylepidine Orbitoidide von Zentral-Borneo, nebst Bemerkungen über die verschiedenen Einteilungsweisen der Lepidocyclinen.
Ibidem (IV) **3**, pp. 7-14.

————. — **1936b** — Zur Kenntnis der Miogypsiniden.
Ibid. (IV), **2**, p. 45-61; 84-98; 109-123.

————. — **1936c** — Over verschillende palaeontologische criteria voor de geleding van het Tertiair.
Ibidem. (IV), **3**, pp. 173-179.

————. — **1937** — On the Genus *Spiroclypeus* H. Douvillé with a description of the Eocene *Spiroclypeus vermicularis* nov. sp. from Koetai in East Borneo.
Ibidem (IV). **4**, pp. 177-193.

ter Haar, C. — **1934** — Toelichting bij Blad 58 (Boemiajoe).
Geologische Kaart van Java 1 : 100.000. Dienst van den Mijnbouw.

Ubaghs, J. G. H. — **1936** — De geologie van een gebied in Noord-Koetai (Oost-Borneo) gekenmerkt door *Spiroclypeus*-houdend Eoceen.
Ingenieur in Ned.-Indië (IV), **3**, p. 183 et seq.

Umbgrove, J. H. F. — **1929** — Tertiary Sea Connections between Europe and the Indo-Pacific Region.
Proceed. 4th Pan Pacif. Congress. Bandoeng, Vol. IIA, p. 91 et seq.

————. — **1929b** — Anthozoa van N. O. Borneo.
Wetenschappelijke Mededeelingen **9**. Dienst van den Mijnbouw.

————. — **1938** — Geological History of the East Indies.
Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol. **22**, pp. 1-70.

van der Vlerk, I. M. & Umbgrove, J. H. F. — 1927 — Tertiaire gidsforaminiferen.
Wetenschappelijke Mededeelingen **6**. Dienst van den Mijnbouw.

ECONOMISCHE MEDEDEELINGEN.

Productie-cijfers van Aardolie in kgtonnen.

	1939		1938	
	Mei	t/m Mei	Mei	t/m Mei
Java en Madoera	67 887,7	342 951,5	90 442,4	426 592,–
Noord-Sumatra	87 054,8	401 504,3	79 192,9	380 831,–
Palembang	269 532,6	1 254 340,6	237 799,6	1 101 995,4
Djambi	104 626,6	493 921,–	82 280,1	392 250,5
Oost-Borneo	84 470,2	405 831,8	84 121,1	415 729,8
Tarakan	65 768,–	317 596,8	59 003,3	304 945,2
Ceram	10 000,–[1]	43 265,5	6 916,1	34 519,9
Nederlandsch-Indië	689 339,9	3 259 411,5	639 755,5	3 056 863,8

[1]) Geschat.

Productie-cijfers van Steenkolen in kgtonnen.

	1939		1938	
	Mei	t/m Mei	Mei	t/m Mei
Gouvernementsbedrijven	96 488	450 172	85 621	394 616
Steenkolen Mij. „Parapattan"	27 000	116 710	24 500	122 050
Oost-Borneo Maatschappij	11 900	58 963	10 669	48 252
Loa-Boekit kolenmijnen	3 643	20 571	2 940	11 229
Loa-Teboe kolenmijnen	1 792	8 181 [1])	—	3 095
Toeajan	510	2 786 [2])	—	1 720

[1]) Werkelijke productie April 1939 1398 kgton.
[2]) „ „ „ „ 346 „

Mijnbouw Maatschappij Moeara Sipongi.

Gedurende de maand Mei 1939 werden:

3 246 tons erts vermalen van gemiddeld { 6,2 g goud per ton. / 5,— g zilver „ „

Geëxtraheerd werden ca. 17 428 g goud en ca. 8 287 g zilver ter gezamenlijke waarde van ± *f* 34 000,—.

De bedrijfskosten over Mei 1939 bedroegen ± *f* 29 000.—.

Mijnbouw Maatschappij Simau.

Gedurende de maand Mei 1939 werden:

7 735 tons erts vermalen van gemiddeld { 9,3 dwts goud per ton. / 130,— dwts zilver „ „
2 875 „ sands,
4 724 „ slimes en
291 „ concentraten behandeld.

Geëxtraheerd werden ca. 3 525 ozs goud en ca. 44 630 ozs zilver ter gezamenlijke van ± *f* 255 000.—.

De bedrijfskosten over het Mei 1939 bedroegen ± *f* 115 000,—, terwijl voor montage werd uitgegeven ± *f* 1 000,— en voor prospecteeren der nieuwe vergunningsterreinen ± *f* 2 000.—.

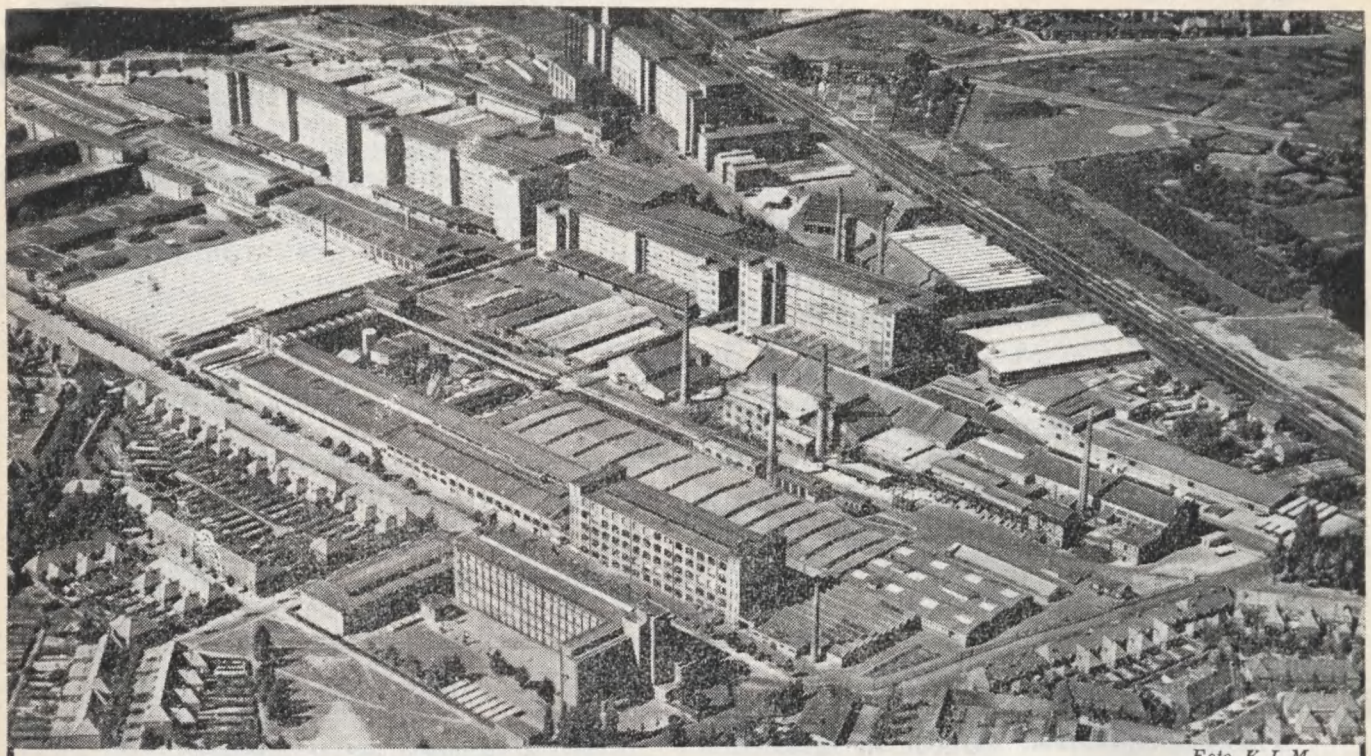

Foto K.L.M.

PRODUCTEN VAN DE PHILIPS' FABRIEKEN:

Gloeilampen, natrium- en kwiklampen en verlichtingstoestellen, zooals armaturen, rijwiellantaarns en dynamo's, Neonbuizen voor reclame-doeleinden en plantenbestraling

Radiobuizen
Zendbuizen
Gelijkrichtbuizen
Kathodestraalbuizen
Fotocellen

Radio-ontvangtoestellen
Televisie-ontvangers en -zenders
Meettoestellen,
kathodestraal-oscillografen
weerstandsbruggen

Röntgentoestellen en -buizen
Bestralingstoestellen

Geluidsfilm-toestellen:
opname-toestellen (Philips-Miller systeem) voor radio-omroep- en filmstudio's
weergave-toestellen

Toestellen voor geluidversterking en acoustiekverbetering:
microfoons
versterkers
luidsprekers
toestellen voor radio-distributie

Toestellen en onderdeelen voor telegrafie- en telefonieverkeer langs draad of kabel:
pupinspoelen
complete lijnversterker-rekken
apparatuur voor draaggolf-telefonie

Zenders voor:
omroep
telefonie, telegrafie
luchtvaart en grondbebakening
scheepvaart, leger en politie

Industrie-artikelen:
gelijkrichters
laschtoestellen
laschstaven
spanningsregelaars
spanningsveiligheden
condensatoren ter verbetering van den arbeidsfactor

Diverse producten:
Wolfram molybdeen, zirconium, thorium
Diamant-treksteenen
Glas
Edelgassen
„Philite" in plaatvorm en in technische vormstukken
„Philite" gebruiksvoorwerpen en bouwbeslag
Metaalwaren
Papier- en golfcartonverpakking

N.V. PHILIPS'

GLOEILAMPENFABRIEKEN - EINDHOVEN

Alleen-Import voor Ned.-Indië. N. V. REVIMIJ, Soerabaja, Batavia, Semarang, Bandoeng en Medan