

Voortzetting van De Ingenieur in Nederlandsch-Indië, laatste nummer 9de Jrg. No. 1 Januari 1942.

Orgaan der Groep Indonesië van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs.

Tijdschrift gewijd aan de Techniek en Wetenschap in Indonesië,

waarin opgenomen

*De Waterstaats-Ingenieur*, opgericht in 1913

en

*De Mijningenieur*, opgericht in 1919.

---

*Commissie van Toezicht :*

Ir W. D. P. Stenfert  
Ir A. C. Ingenegeren

*Commissie van Redactie :*

Voorzitter : Prof. ir N. A. van den Heuvel  
Leden : Ir G. Meesters  
Ir H. P. Koopmans

---

Prijs per nummer bij abonnement f 3.—

Afzonderlijke nummers : f 3.50.

Redactie-adres (zonder vermelding van persoonsnamen): Dagoweg 60 B. Bandoeng (Tel. Bd. Z. 573).

Adres voor Administratie en abonnementen: Bragaweg 38, Bandoeng (Tel. Bd. Z. 120).

Adres voor advertenties: Reclamebureau Grafica, van Heutszplein 14, Postbus 113 Batavia-C.

## I. ALGEMEEN GEDEELTE.

---

INHOUD : Economische plaatskeuze van centrale fabrieken, in het bijzonder uit het oogpunt van transportkosten, door dr H. R. Braak — Notulen van de Algemene Ledenvergadering van de Groep Indonesië van het K. I. v. I., gehouden op 12 Juni 1949 te Batavia.

---

### Economische plaatskeuze van centrale fabrieken, in het bijzonder uit het oogpunt van transportkosten

door

Dr H. R. Braak.

#### § 1. Inleiding.

In verschillende artikelen in „*De Bergcultures*”<sup>1)</sup> is door schr. een pleidooi gevoerd voor de verwerking van de Hevea-latex h.t.l. tot marktwaardige producten in centrale, d.i. voldoende grote fabrieken.

Het spreekt vanzelf, dat wanneer het genoemde beginsel wordt aanvaard, zich direct de vraag voordoet: wat is de beste plaats voor deze centrale fabriek? Het is duidelijk, dat dit probleem van vestigingskeuze een algemeen industrie-probleem van zeer wijde strekking is, met vele facetten, en het aantal factoren waarmede rekening is te houden is dan ook legio: zo moet bijv. de fabriek *kwalitatief* gunstig liggen, dat wil zeggen in verband met de bijzondere eigenschappen van de grondstoffen moet de fabriek zo gelegen zijn, dat het mogelijk is daaruit het gevraagde product in goede marktkwaliteit voort te brengen. Het is bijv. duidelijk, dat een fabriek, die gemakkelijk-bedervend fruit tot conserven verwerkt, zo dicht mogelijk bij de boomgaarden moet liggen, evenzo een tabaksdroogschuur. Een ijsfabriek daarentegen zal men liefst bouwen zo

dicht mogelijk bij het consumptiegebied. Soms zijn het niet de grondstoffen, die bepalend zijn voor de vestigingskeuze, maar de beschikbaarheid over goedkope of geroutineerde arbeidskracht, het klimaat, de beschikking over kracht, water, of brandstoffen, de mogelijkheid tot lozing van afvalwater, koop of verkoop van afval-energie of afvalproducten (ligging in de buurt van andere industrieën), ligging t.o.v. een spoorweg of watervervoer, grondgesteldheid, grondprijzen, belastingen, verpakkingskwesties, laad- en losmogelijkheden, enz. Kortom: zó veel factoren, dat geval voor geval afzonderlijk bekeken moet worden. Ondanks deze verscheidenheid echter is er minstens één gemeenschappelijke factor te noemen, en wel, dat men, voorzover althans verenigbaar met de andere eisen, trachten moet de *transportkosten* zo laag mogelijk te houden. Dit geldt natuurlijk vooral voor bulkproducten (waartoe ook de latex kan worden gerekend).

---

<sup>1)</sup> Zie „*De Bergcultures*” van 16 Dec. 1948, 1 Jan. 1949 en 1 Maart 1949.

Om het ons ietwat gemakkelijker te maken stellen wij het probleem als volgt:

Stel, dat een fabriek grondstoffen betreft van een aantal punten  $A, B, C$ , enz. en daaruit een product maakt, dat afgeleverd moet worden in bijv.  $D$ . Neem verder aan, dat het terrein volkomen vlak is en dat de fabriek in  $O$  door rechte verbindingswegen met de punten  $A, B, C, D$ , enz. is verbonden, terwijl  $A, B, C, D$ , enz. onderling niet rechtstreeks verbonden zijn, m.a.w. alle transport wordt geleid via  $O$ . Voorts wordt aangenomen, dat het transport van en naar elk der punten  $A, B, C, D$ , enz. voldoende groot is, om een of meer transportmiddelen volledig te belasten, zodat het probleem om bijv. een auto door een bepaalde trajectkeuze zo goed mogelijk te belasten hier buiten beschouwing blijft. Evenzo het vraagstuk hoe men met een minimum aan *wegen* kan volstaan (hoewel dit hiermede wel samenhangt). Laat tenslotte de transportkosten op grondstoffen en eindfabrikaat gelijk zijn aan de afgelegde afstand, vermenigvuldigd met een zekere factor ( $a, b, c, d$ , enz.). Op welke plaats  $O$  moet men dan de fabriek vestigen, opdat de transportkosten zo laag mogelijk zijn? Wij zullen dit vraagstuk eens voor een verschillend aantal punten nagaan.

### § 2. Geval van 2 punten.

Stel de fabriek betreft grondstof uit  $A$  en maakt daaruit een eindproduct, dat afgeleverd moet worden in  $B$ . Is  $O$  de gezochte plaats van de fabriek, dan is onmiddellijk duidelijk, dat de gunstigste ligging voor  $O$  is op de verbindinglijn tussen  $A$  en  $B$ . Laat nu eens 2 kg grondstof nodig zijn om 1 kg eindproduct te leveren en nemen wij aan, dat het transport van de grondstof als ook van het eindproduct  $f$  0,10 per kg per km kost. De totale transportkosten bedragen dus, voor het maken van 1 kg eindproduct, afgeleverd in  $B$ :

$$(AO \times 2 \times 0,10) + (OB \times 1 \times 0,10) = 0,2 AO + 0,1 OB, \text{ of, in algebraïsche vorm, algemeen:}$$

$$(AO \times a) + (OB \times b),$$

en dit bedrag moet minimum zijn. Het is gemakkelijk in te zien, dat dit het geval zal zijn wanneer  $O$  ligt in  $A$  als  $a > b$  en in  $B$  als  $b > a$ . M.a.w. de fabriek  $O$  moet liggen in  $B$  of in  $A$ , al naar gelang de transportkosten per km voor het eindproduct, dan wel die voor de daarmee corresponderende hoeveelheid grondstof het hoogst zijn. Toegespast: een latex-concentratie-fabriek zet men zo dicht mogelijk bij de producerende tuinen, om de eenvoudige reden, dat het transport per km voor geconcentreerde latex veel goedkoper is dan voor de daarmee corresponderende hoeveelheid tuinlatex. Evenzo een crêpe- of sheetfabriek.

### § 3. Geval van 3 punten.

Het kan zijn, dat 2 grondstoffen nodig zijn om één eindproduct te geven, dan wel dat uit één grondstof één eindproduct met één bijproduct wordt verkregen, of ook dat bijv. in  $A$  en  $B$  twee tuinen liggen die allebei latex leveren, en dat de latex van die beide tuinen in de fabriek  $O$  verwerkt wordt tot geconcentreerde latex, die afgeleverd moet worden in de havenplaats  $C$ .

Stel bijv., dat om 1 kg eindproduct te maken nodig zijn  $\frac{1}{2}$  kg grondstof, die betrokken moet worden uit  $A$ , en dat het vervoer daarvan  $f$  0,10 per kg per km kost en ook nog  $\frac{1}{3}$  kg grondstof uit  $B$ , waarvoor de transportkosten  $f$  0,05 per kg per km bedragen, en dat tenslotte het transport van 1 kg eindproduct naar  $C$   $f$  0,10 per kg per km bedraagt. Dan bedragen de totale transportkosten (zie *figuur 1*) per kg eindproduct:

$$(\text{afstand } AO) \times \frac{1}{2} \times 0,10 + (\text{afstand } BO) \times \frac{1}{3} \times 0,05 + (\text{afstand } CO) \times 1 \times 0,10$$

of algemeen:

$$(a \times AO) + (b \times BO) + (c \times CO),$$

welke waarde zo laag mogelijk moet zijn.

Het zij hier terloops vermeld, dat de waarden  $a, b, c$ , enz., waarmee hier de afstanden vanaf de punten  $A, B, C$ , enz. vermenigvuldigd moeten worden, in soortgelijke technische vraagstukken wel de „gewichten”, behorende bij de punten  $A, B$ , enz. genoemd worden, hoewel het geen gewichten zijn; wij zullen deze uitdrukkingwijze ook in dit artikel hier en daar in deze speciale zin gebruiken.

De oplossing van dit meetkundige vraagstuk is als volgt (zie *figuur 1*):

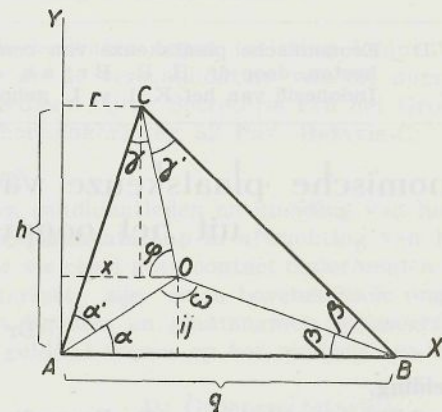


fig. 1.

Gegeven : De driehoek  $ABC$

Gevraagd : een punt  $O$  zó te kiezen, dat :  
 $(c \times CO) + (a \times AO) + (b \times BO)$   
 zo klein mogelijk is;  $a, b$  en  $c$  zijn bekende getallen.

Oplossing : Noem de coördinaten van het punt  $O$  :  $x$  en  $y$ , de basis  $AB = q$ , de coördinaten van het punt  $C$  :  $r$  en  $h$ .

Dan is:

$$AO = \sqrt{y^2 + x^2}$$

$$BO = \sqrt{y^2 + (q - x)^2}$$

$$CO = \sqrt{(h - y)^2 + (x - r)^2}$$

Dus:

$$F(x, y) = a \sqrt{y^2 + x^2} + b \sqrt{y^2 + (q - x)^2} + c \sqrt{(h - y)^2 + (x - r)^2} = \text{minimum}$$

$$\text{Dus: } \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)_x = \frac{a \cdot y}{\sqrt{y^2 + x^2}} + \frac{b \cdot y}{\sqrt{y^2 + (q-x)^2}} - \frac{c(h-y)}{\sqrt{(h-y)^2 + (x-r)^2}} = 0 \quad (1)$$

$$\text{en: } \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_y = \frac{a \cdot x}{\sqrt{y^2 + x^2}} - \frac{b(q-x)}{\sqrt{y^2 + (q-x)^2}} + \frac{c(x-r)}{\sqrt{(h-y)^2 + (x-r)^2}} = 0 \quad (2)^1$$

Voor (1) kan men schrijven:

$$a \sin \alpha + b \sin \beta = c \sin \varphi.$$

en voor (2):

$$a \cos \alpha - b \cos \beta = c \cos \varphi.$$

Dus:

$$a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \sin^2 \beta + 2ab \sin \alpha \sin \beta = c^2 \sin^2 \varphi$$

$$a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta - 2ab \cos \alpha \cos \beta = c^2 \cos^2 \varphi$$

$$+ \frac{c^2 \sin^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} = \frac{c^2 \sin^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{c^2 \cos^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} = \frac{c^2}{c^2 \cos^2 \varphi}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab(\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta) = c^2$$

$$\text{Dus: } \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta = -\cos(\alpha + \beta) = \frac{c^2 - (a^2 + b^2)}{2ab}$$

$$\text{Of: } -\cos(\alpha + \beta) = \cos \omega = \frac{c^2 - (a^2 + b^2)}{2ab}$$

Soortgelijke uitkomsten krijgt men voor de andere hoeken,

$$\text{dus: } -\cos(\beta' + \gamma') = \frac{a^2 - (b^2 + c^2)}{2bc}, \text{ enz.}$$

Het is voorts duidelijk, dat de hoeksommen  $(\alpha + \beta)$ ,  $(\beta' + \gamma')$  en  $(\alpha' + \gamma)$  niet onafhankelijk van elkaar zijn. Zoals uit de formules blijkt, kan men schrijven:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\alpha + \beta)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\beta' + \gamma'), \text{ enz.}$$

M.a.w. men kan  $a$ ,  $b$  en  $c$  en de hoeksommen lezen als de zijden, resp. hoeken van een scheefhoekige driehoek met de zijden  $a$ ,  $b$  en  $c$  en de hoeken  $(\alpha + \beta)$ ,  $(\beta' + \gamma')$ , enz. Hieruit volgt dus ook, waarom men steeds voor de som der hoeken op de vereiste  $180^\circ$  uitkomt.

De constructie van het punt  $O$  is op grond van

- 1) Met de vergelijkingen (1) en (2) zijn niet alle voorwaarden voor een minimum genoemd. Het moet namelijk nog blijken of voor het door (1) en (2) bepaalde punt geldt, dat:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2, \text{ en } \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \text{ en } \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$$

positief zijn.

Dit is met enige herleidingen inderdaad te bewijzen. Er zij voorts vermeld, dat bij de voorwaarden, dat de functie een minimum heeft nog een bijzondere moeilijkheid optreedt, nl. de *discontinuiteit* of onbepaaldheid van de eerste afgeleide in de punten  $A$ ,  $B$  en  $C$  (en ook  $D$ , enz., bij de veelhoeken, die in volgende §§ ter sprake komen).

Dat toch de hoekpunten zelf een oplossing kunnen zijn (wij komen daar onder nog op terug) is volgens Ch. J. de la Vallée Poussin in: *Cours d'Analyse Infinitésimale I*, p. 138: „un exemple remarquable où l'extrême correspond à un point de discontinuité des dérivées”.

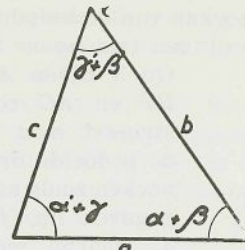


fig. 2.

het bovenstaande eenvoudig. Eerst berekent men  $\cos \omega$ , en daaruit  $\omega$  volgens de aangegeven formule, dan wel men construeert (zie fig. 2) een hulpdriehoek met  $a$ ,  $b$  en  $c$  tot zijden en vindt dan direct  $(\alpha + \beta)$  tegenover zijde  $c$ ; het supplement hiervan is de tophoek  $\omega$ .

Vervolgens make men  $AB$  tot koorde van een cirkelboog van  $2\omega$  graden. Evenzo handelt men voor zijde  $BC$  met behulp van de daarbij horende tophoek. Het snijpunt der beide cirkels is het gezochte punt (deze constructie berust immers op het feit, dat een omtrekshoek steeds gelijk is aan de helft van de boog waarop hij staat).

Op die wijze vindt men — mits  $a$ ,  $b$  en  $c$  aan bepaalde eisen voldoen (zie onder) — het punt  $O$ .

Een bijzonder geval is dat, waarbij de drie wegen gelijk „gewicht” hebben, d.w.z.  $a = b = c$ . In dat geval immers wordt  $\alpha + \beta = \beta' + \gamma' = \alpha' + \gamma = 60^\circ$ , m.a.w. de drie tophoeken om  $O$  worden elk  $120^\circ$ . Het punt dat hieraan voldoet heeft in de meetkunde een bijzondere naam, nl. „punt van Torricelli” en er is een bijzonder elegante meetkundige constructie voor: men construeert nl. buitenwaarts op de zijden van driehoek  $ABC$  drie gelijkzijdige driehoeken, die elk voor zich de betreffende zijde als basis hebben. Verbinding van de toppen ervan met het overstaande hoekpunt geeft drie snijlijnen, die elkaar in het bewuste punt snijden.

*Bewijs* (zie figuur 3)

driehoek  $ACD$  is congruent met

driehoek  $EAB$ , want  $AC = AE$  en  $AD = AB$

$$\angle EAB = \angle CAD = 60^\circ + \angle BAC$$

Daaruit volgt:

$$\angle AEB = \angle ACD$$

of: driehoek  $EAF$

is gelijkvormig met driehoek  $COF$ .

Dus  $\angle \alpha = 60^\circ$ ,

en  $\angle \beta = 120^\circ$ ,

enz. zoals boven reeds voor dit

bijzondere geval werd berekend.

Het blijkt verder,

dat de 3 lijnen

elkaar in één

punt snijden.

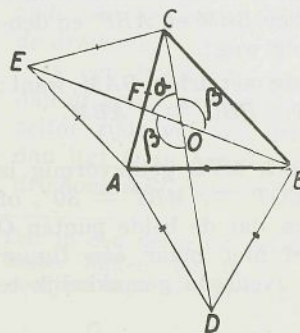


fig. 3.

Voor drie punten met *verschillend* gewicht voor de drie wegen bestaat een soortgelijke constructie, doch de buitenwaarts aan te brengen driehoeken moeten gelijkvormig zijn, zodat de zijden evenredig zijn met de gewichten en daarbij moet telkens een andere zijde van de drie basis zijn.

Wij zullen het algemene bewijs voor deze elegante constructie hier niet leveren, maar de zaak nagaan voor een speciaal geval, dat tevens ter illustratie van de methode kan dienen:

Stel, wij hebben de 3 punten  $A$ ,  $B$  en  $C$  (zie figuur

4.) met de resp. „gewichten”  $a$ ,  $b$  en  $c$ ; en wel kiezen wij  $a$ ,  $b$  en  $c$  zo, dat de drie hoeken van de hulpdriehoek resp.  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  en  $90^\circ$  bedragen (zie figuur 5).

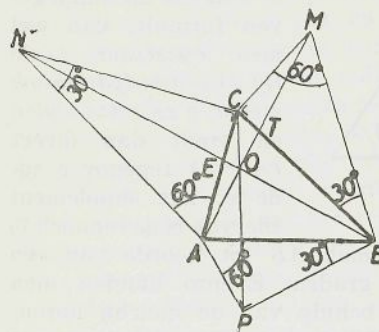


fig. 4.

Op 3 zijden  $AB$ ,  $BC$  en  $AC$  construeert men nu de bedoelde driehoeken zoals aangegeven in fig. 4. Daarbij moet men goed op de volgorde letten: Bij hoekpunt  $C$  komt zowel op zijde  $CA$  als op zijde  $CB$  de hoek van  $90^\circ$ , d.i. de hoek die in de

hulpdriehoek (fig. 5) tegenover zijde  $C$  (d.i. dus de zijde welks lengte evenredig is met het bij punt  $C$  behorende gewicht  $c$ ) ligt. Evenzo voor de punten  $A$  en  $B$ , als in de figuur aangegeven. Indien nu dus de constructie juist is, moet bijv. de tophoek  $AOB$   $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$  worden. Dat dit uitkomt is als volgt gemakkelijk in te zien (wij denken de lijn  $PC$  voorlopig weg):

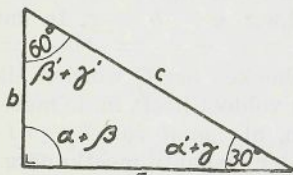


fig. 5

$CB : CM = CN : CA$  en  $\angle NCB = \angle ACM$ .

Dus drieh.  $NCB$  is gelijkvormig met drieh.  $MCA$ , waaruit volgt:

$\angle CBN = \angle CMA$

In drieh.  $MOB$  is:  $\angle OMB = 60^\circ - \angle CMA$   
en  $\angle OBM = 30^\circ + \angle CBN$ ,

waaruit volgt, dat  $\angle OMB + \angle OBM = 90^\circ$ , dus  $\angle MOB = 90^\circ$ . M.a.w. de lijnen  $OA$  en  $OB$  snijden elkaar onder een hoek van  $90^\circ$ .

Om de hoek tussen  $PC$  en  $AM$  te vinden maken wij gebruik van de driehoeken  $BCM$  en  $ABP$  en denken wij de lijn  $BN$  voorlopig weg:

Drieh.  $BPC$  is gelijkvormig met drieh.  $BAM$ , want:

$BP : BA = BC : BM$  en  $\angle PBC = \angle ABM$

Dus  $\angle BCP = \angle AMB$

Hieruit volgt, dat driehoek  $MTB$  gelijkvormig is met driehoek  $CTO$ , dus  $\angle COT = \angle MBT = 30^\circ$ , of  $\angle AOC = 150^\circ$ . Het bewijs, dat de beide punten  $O$  (eenvoudigheidshalve werd hier maar één figuur getekend) samenvallen, is eveneens gemakkelijk te leveren<sup>2)</sup>.

<sup>2)</sup> Gaan wij bijv. uit van het gevonden feit, dat in figuur 4 de lijnen  $NB$  en  $MA$  elkaar onder rechte hoeken snijden, denken wij ons de lijn  $CP$  weg en trekken wij voorts een lijn van  $C$  naar  $O$  (waarvan wij nog moeten bewijzen dat zij door  $P$  gaat), dan is: drieh.  $CMT$  gelijkvormig met drieh.  $TBO$  (2 hoeken zijn immers gelijk).

Hieruit volgt:  $OT : CT = BT : MT$ .

Dus is drieh.  $TCO$  gelijkvormig met drieh.  $TMB$ , waaruit volgt, dat  $\angle OCT = \angle AMB$ .

Maar uit de berekening van de hoek tussen  $PC$  en  $AM$  weten wij reeds, dat eveneens  $\angle BCP = \angle AMB$ , waaruit volgt, dat men in beide gevallen met dezelfde lijn te maken heeft, die vanuit  $C$  door  $O$  en  $P$  gaat.

Met het bovenstaande moge worden volstaan; de lezer moge echter aannemen, dat een algemeen bewijs ook voor een hulpdriehoek met willekeurige hoeken kan worden geleverd (dus voor willekeurige waarden van  $a$ ,  $b$  en  $c$ ).

Het ligt voor de hand, dat uit het algemene geval ook weer bijzondere gevallen zijn af te leiden:

- A. Allereerst kan weer  $a = b = c$  zijn, dus gelijk gewicht voor de drie hoekpunten. De hulpdriehoek wordt dan weer gelijkzijdig, evenzo dus ook de constructiedriehoeken op de drie zijden van driehoek  $A$ ,  $B$  en  $C$ , waarmede men dus weer komt op het geval dat al eerder is beschouwd, en dat het zgn. punt van Torricelli oplevert.
- B. In fig. 4 is, zoals men kan zien, de volgorde van de toenemende gewichten:  $b$ ,  $a$ ,  $c$  en die van de afnemende weglengten:  $OB$ ,  $OA$ ,  $OC$ . Dit geeft een gevoel van bevrediging, omdat men geneigd is te verwachten, dat de fabriek het dichtst zal liggen bij dat hoekpunt, waarvoor het corresponderend gewicht het grootst is. Het is echter gemakkelijk te bewijzen, dat deze coincidentie hier puur toevallig is! Immers, de gewichten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  zijn de enige grootheden, die de hoeken tussen de lijnen  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  in  $O$  bepalen, en niet de geografische situatie der punten  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Wanneer dus de gewichten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  eenmaal bepaald zijn, is ook de richting der stralen vanuit  $O$  bepaald. M.a.w. wanneer wij de stralen van de ster  $O$  willekeurig verlengen of verkorten, waardoor een geheel andere geografische situatiedriehoek  $A B C$  ontstaat, dan nog blijft  $O$  voor deze geheel andere driehoek  $A B C$  het minimum.

In het licht van deze beschouwingswijze is ook gemakkelijk in te zien, dat de situatiedriehoek ook een zodanige vorm kan hebben, dat  $O$  juist in een der hoekpunten  $A$ ,  $B$  of  $C$  komt te liggen. In dat geval zal een der hoeken van de hulpdriehoek precies het supplement zijn van de hoek in het bijbehorende geografische hoekpunt.

- C. Hoewel, zoals boven gezegd, het domineren van een der gewichten  $a$ ,  $b$  of  $c$  geenszins wil zeggen, dat  $O$  dicht bij het betreffende dan bij de andere hoekpunten van de geografische driehoek ligt, kan men wel zeggen, dat bij een gegeven geografische driehoek  $A B C$  het punt  $O$  dicht bij  $C$  komt te liggen als men bijv. bij vaststaande gewichtsverhouding  $a : b$  het gewicht  $c$  doet toenemen.

Wij zullen nu eens drie eenvoudige getallenvoorbeelden nemen:

Stel, dat in  $A$  en  $B$  twee rubbertuinen liggen en dat de transportkosten van de latex naar de fabriek  $f$  0,10 per kg per 100 km bedraagt. Laat de centrale fabriek deze latex verwerken tot geconcentreerde latex en wel zodanig, dat 2 kg tuinlatex 1 kg geconcentreerde latex geeft. Laat ook de transportkosten voor de geconcentreerde latex van de fabriek in  $O$  tot de havenplaats in  $C$   $f$  0,10 per kg per 100 km bedragen. Om de berekeningen eenvoudig te houden zullen wij verder aannemen, dat  $A$ ,  $B$  en  $C$  geografisch in een gelijkzijdige driehoek liggen.

Laten wij nu eerst eens het geval beschouwen, dat de tuinen in  $A$  en  $B$  gelijke productie hebben, en dat bijv. 1 kg 30 procentige latex uit  $A$  samen met 1 kg 30 procentige latex uit  $B$  in de centrale fabriek verwerkt wordt tot 1 kg geconcentreerde latex van 60%.

Wij krijgen dus, aangezien de transportkosten per 100 km in alle gevallen  $f$  0,10 bedragen, dat  $a = b = c = 0,10$ . Daar het echter alleen maar om de relatieve verhouding der cijfers gaat, kunnen wij even goed schrijven  $a = b = c = 1$ . De beste plaats voor de centrale fabriek wordt dus het punt van Torricelli (zie fig. 6).

In de tweede plaats nemen wij hetzelfde geval, maar een hoger tuinconcentratie, bijv. 45%. Wij krijgen dan, dat 1 kg latex van 45% uit elk der tuinen  $A$  en  $B$  tezamen 1,5 kg room levert. Dus  $a = b = 1$ ,  $c = 1,5$ . Wij krijgen dan een hulpdriehoek als aangegeven in fig. 7a, terwijl de constructie van het punt  $O$  blijkt uit fig. 7. Het punt  $O$  is dus verder naar  $C$  verschoven.

Tenslotte nemen wij nog het geval, dat 1 kg latex van 50% uit elk der tuinen  $A$  en  $B$  in de fabriek 1,7 kg room levert. De gewichtscijfers worden dan  $a = b = 1$ ,  $c = 1,7$ . Zoals uit de hulpdriehoek (fig. 8a) blijkt, wordt in dit geval de hoek tegenover  $c$  precies  $120^\circ$ , d.i. dus juist het supplement van  $60^\circ$ .

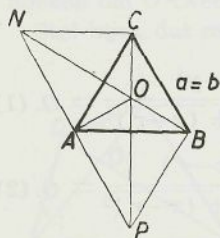


fig. 6.

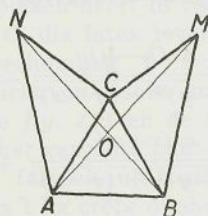


fig. 7

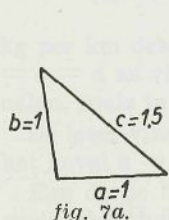


fig. 7a.

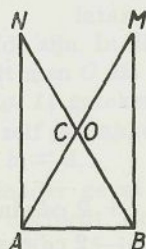


fig. 8.

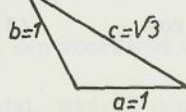


fig. 8a.

Dit betekent, dat de verbindingslijnen, die men van  $M$  naar het tegenoverliggende hoekpunt  $A$  en van  $N$  naar  $B$  moet trekken, samenvallen met de driehoekszijden  $AC$  en  $BC$ , waarvan het snijpunt  $C$  is. De fabriek moet dus in dit geval in  $C$  liggen:  $O$  valt samen met  $C$ . Men heeft hier het geval van het zgn. grensminimum, waarvoor niet per sé de eerste afgeleiden van de functie nul behoeven te zijn.

Er zij in het bijzonder de aandacht op gevestigd, dat als één verbindingslijn samenvalt met een zijde, de tweede verbindingslijn ook met een zijde van de driehoek  $ABC$  moet samenvallen. Dit komt, omdat bij een hoekpunt aan weerszijden dezelfde hoeken van de hulpdriehoek komen. Hieruit volgt nog een merkwaardige conclusie, nl. dat het minimumpunt

$O$  van de centrale fabriek *nooit* op de driehoekszijden *tussen* de hoekpunten kan komen, maar altijd *binnen* de driehoek  $ABC$ , of in een der hoekpunten  $A$ ,  $B$  of  $C$ .

Tenslotte kunnen wij nog de vraag stellen, waar het punt  $O$  moet liggen als een der hoeken van de hulpdriehoek *groter* is dan het supplement van een der hoeken van driehoek  $ABC$ . Dit geval is bijv. getekend in fig. 9.

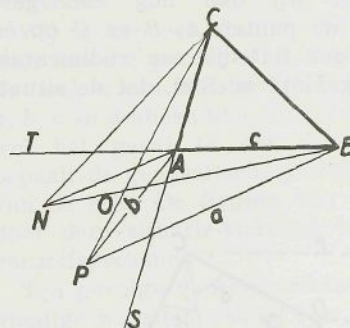


fig. 9.

Wij zien uit deze figuur, dat in dit geval het snijpunt der verbindingslijnen  $PC$  en  $NB$  valt *buiten* de driehoek  $ABC$ . mathematisch onderzoek van dit geval brengt echter aan het licht, dat in dit geval de constructie

niet meer opgaat, en wel vanwege de discontinuïteit der eerste afgeleide (zie noot 1, waarop wij hier niet verder kunnen ingaan).<sup>3)</sup>

Tot de bovenstaande conclusies is ook nog op een andere manier te komen:

Veronderstellen we een notatie, waarbij  $a$  de grootste van de drie gewichten is.

1.  $a < b + c$ . Met  $a$ ,  $b$  en  $c$  als zijden kan een hulpdriehoek geconstrueerd worden. Alleen  $\angle A^1$  tegenover de grootste zijde  $a$  kan recht of stomp zijn. Dus alleen  $\angle BOC$  kan recht of scherp zijn, de andere twee sterhoeken zijn dus stomp. Twee hoeken van een driehoek zijn samen altijd kleiner dan  $180^\circ$ , dus twee sterhoeken zijn samen groter dan  $180^\circ$ . De gedaante van de ster met 3 stralen heeft de eigenschap: niet meer dan één hoek is scherp of recht, of: geen hoek is gestrekt of groter dan  $180^\circ$ . Hieruit volgt, dat  $O$  niet op een zijde van driehoek  $ABC$  ligt en ook niet buiten de driehoek.

Is een hoek van de situatiedriehoek groter dan of gelijk aan de hoek van de ster, die op de zelfde zijde van die driehoek behoort te staan, dan ligt  $O$  in het desbetreffende hoekpunt van driehoek  $ABC$  (zie de figuren 8 en 9).— Dit kan

3) Dat in een dergelijk geval de transportkosten weer hoger liggen dan in het betreffende hoekpunt, is voor een bijzonder geval gemakkelijk in te zien. Laat

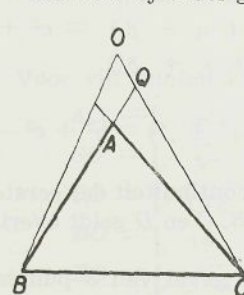


fig. 10.

bijv.  $b = c$  zijn. Dan bedragen in  $A$  de transportkosten  $(c \times AC) + (b \times AB)$  of ook:  $b(AC + AB)$ . (Immers,  $a \times OA = o$ , omdat  $O$  in  $A$  ligt). Voor ieder punt  $O$  binnen de sector  $TAS$  is echter altijd  $OC + OB$  groter dan  $AC + AB$ . Immers, volgens de nevenstaande figuur 10 is:

$$BO + OQ > AB + AQ$$

$$\text{en } AQ + QC > AC$$

$$\text{dus } BO + OQ + AQ + QC > AB + AQ + AC \text{ of:}$$

$$BO + OC > AB + AC \text{ dus } b(BO + OC) > b(AC + AB)$$

- nooit bij twee hoeken tegelijk voorkomen, want twee hoeken van  $O$  zijn samen groter dan  $180^\circ$ .
2.  $a = b + c$ . De hulpdriehoek ontgaat in een rechte lijn.  $\angle A' = 180^\circ$ , dus  $\angle BOC = 0$ . Het punt  $O$  komt in  $A$ , overeenkomstig 1.
  3.  $a > b + c$ . Ook nu komt  $O$  in  $A$ . De laatste twee gevallen volgen ook door directe aanschouwing uit het probleem.

D. Tenslotte willen wij dan nog één geval beschouwen, nl. dat de punten  $A$ ,  $B$  en  $C$  op één lijn liggen. Dat is dus feitelijk een rudimentaire driehoek, die samengeklapt is. Stel, dat de situatie

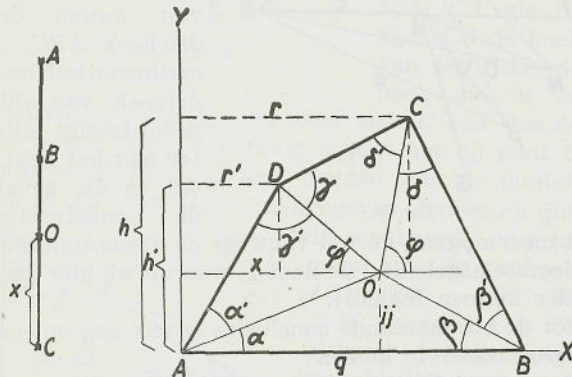


fig. 11.

fig. 12.

is als hiernaast in fig. 11 aangegeven. De transportkosten bedragen dan :

$$(AO \times a) + (BO \times b) + (x \times c) = (AC - x) a + (BC - x) b + x \cdot c = (AC \cdot a + BC \cdot b) + x(c - a - b) \text{ en de getallenwaarde daarvan moet zo laag mogelijk zijn.}$$

Nader onderzoek van dit geval leert, dat er 5 gevallen zijn te onderscheiden, naar de grootte van  $a$  in dalende richting :

- 1)  $a > c + b$  : De fabriek komt in  $A$
- 2)  $a = c + b$  : De fabriek mag in elk punt van  $AB$  liggen
- 3)  $a < c - b$  : }  $B$  is het aangewezen punt  
en  $a > c + b$  : }
- 4)  $a = c - b$  : Alle punten van  $BC$  zijn even goed
- 5)  $a < c - b$  :  $C$  heeft het minimum.

Hiermede zullen wij het geval van drie punten verder laten rusten.

#### § 4. Geval van 4 punten.

Met 4 punten krijgen wij het volgende (zie fig. 12) :

$$AO = \sqrt{x^2 + y^2},$$

$$BO = \sqrt{y^2 + (q-x)^2},$$

$$CO = \sqrt{(h-y)^2 + (r-x)^2},$$

$$DO = \sqrt{(h'-y)^2 + (x-r')^2}$$

De som van deze vier factoren, elk vermenigvuldigd met het betreffende gewichtscijfer, moet weer zo klein mogelijk zijn, dus :

$$\left( \frac{\partial F}{\partial y} \right) x = \frac{a \cdot y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{b \cdot y}{\sqrt{y^2 + (q-x)^2}} - \frac{c(h-y)}{\sqrt{(h-y)^2 + (r-x)^2}} - \frac{d(h'-y)}{\sqrt{(h'-y)^2 + (x-r')^2}} = 0. (1)$$

$$\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right) y = \frac{a \cdot x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{b(q-x)}{\sqrt{y^2 + (q-x)^2}} - \frac{c(r-x)}{\sqrt{(h-y)^2 + (r-x)^2}} + \frac{d(x-r')}{\sqrt{(h'-y)^2 + (x-r')^2}} = 0. (2)$$

Hiervoor kan men schrijven:

$$\left( \frac{\partial F}{\partial y} \right) x = 0 = a \sin \alpha + b \sin \beta - c \sin \varphi - d \sin \varphi' \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right) y = 0 = a \cos \alpha - b \cos \beta - c \cos \varphi + d \cos \varphi' \quad (2)$$

Dus:

$$a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \sin^2 \beta + 2ab \sin \alpha \sin \beta = c^2 \sin^2 \varphi + d^2 \sin^2 \varphi' + 2cd \sin \varphi \sin \varphi'$$

$$a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta - 2ab \cos \alpha \cos \beta = c^2 \cos^2 \varphi + d^2 \cos^2 \varphi' - 2cd \cos \varphi \cos \varphi'$$

Optellen:  $a^2 + b^2 + 2ab(\sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta) = c^2 + d^2 + cd(\sin \varphi \sin \varphi' - \cos \varphi \cos \varphi')$   
 of:  $a^2 + b^2 - 2ab \cos(\alpha + \beta) = c^2 + d^2 - 2cd \cos(\varphi + \varphi') =$   
 $= c^2 + d^2 - 2cd \cos(\gamma + \delta').$

Evenzo  $a^2 + d^2 - 2ad \cos(\alpha' + \gamma') = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\beta' + \delta)$ , enz.

De beperking omtrent de discontinuïteit der eerste afgeleide in de hoekpunten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  geldt overigens ook hier (zie ook § 3).

Op analoge wijze als bij het geval van 3 punten kan men ook hier het verband tussen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  weer voorstellen door een hulpvierhoek, waarvan  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  de zijden zijn (zie fig. 13).

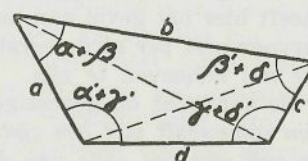


fig. 13.

Daar echter deze vierhoek door de vier zijden niet is bepaald, kan men hieruit niet, zoals dat bij 3 punten het geval was, de tophoeken om  $O$  afleiden.

Kiest men echter één hoek, bijv.  $(\alpha' + \gamma')$ , dan is

de vierhoek van fig. 13 volkomen bepaald. Om punt  $O$  in fig. 12 te vinden zal men dus eerst een hoek  $(\alpha' + \gamma')$  moeten proberen en dan moeten kijken of de op gelijke wijze als in figuren 3 en 4 geconstrueerde cirkels op de zijden van vierhoek  $ABCD$  als koorden, elkaar in één punt snijden. Blijkt dat niet het geval te zijn, dan zal men een andere hoek moeten proberen, net zo lang tot men het punt  $O$  gevonden heeft.

Heel plezierig is deze constructie dus niet (hoewel de moeite voor een belangrijk project lonend kan zijn).

Er zijn hier echter een drietal bijzondere gevallen, die interessant zijn.

In de eerste plaats het geval, dat  $a = b = c = d$ . In dat geval wordt de hulpvierhoek van fig. 13 namelijk een gelijkzijdige ruit en de tegenover elkaar liggende hoeken worden dus twee aan twee aan elkaar gelijk:

$(\alpha' + \gamma') = (\beta' + \delta')$  en  $(\alpha + \beta) = (\gamma + \delta)$ . Dat wil dus ook zeggen, dat de tegenover elkaar liggende tophoeken om  $O$  in de vierhoek  $ABCD$  (fig. 12) aan elkaar gelijk zijn. M.a.w. : *het punt  $O$  ligt in dit geval in het snijpunt der diagonalen  $AC$  en  $BD$ .* Dit geldt ook voor het tweede, nog iets algemener geval, dat  $a = c$  en  $b = d$ . De hulpvierhoek is dan een parallelogram en  $O$  is weer het snijpunt der diagonalen, omdat de tegenover elkaar liggende hoeken om  $O$  twee aan twee gelijk moeten zijn.

Stel bijv., dat men 3 tuincomplexen heeft in resp.

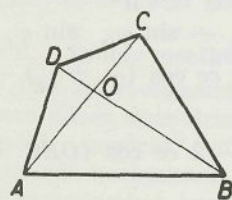


fig. 14.

$A$ ,  $B$  en  $C$ , die latex leveren in de verhouding 1:1:1. De afvoerhaven denke men in  $D$  (zie fig. 14) en de fabriek in het gezochte punt  $O$ . Laat de fabriek uit iedere 3 kg latex 1 kg crêpe of sheet maken en laat verder de transportprijs zowel voor de latex als voor de rubber per

kg per km dezelfde zijn. In dit geval is dus  $a = b = c = d$  en vindt men  $O$  als het snijpunt der diagonalen, zoals in fig. 14 getekend.

De lezer vindt zelf gemakkelijk een voorbeeld voor het geval  $a = c$ ,  $b = d$ .

Een derde bijzonder geval is dat, waarbij een inspringende hoek optreedt. Een dergelijk geval toont de vierhoek van fig. 15 in het hoekpunt  $D$ . Het snijpunt van de diagonalen van deze niet-convexe vierhoek ligt er buiten. Men zal zich afvragen of dit nu nog wel het punt  $O$  is, gesteld al dat  $a = b = c = d$  of  $a = c$  en  $b = d$ . Inderdaad

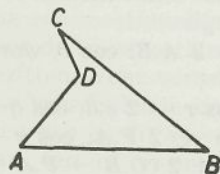


fig. 15.

hebben we hier een uitzondering.  $D$  is hier het minimum en niet het genoemde snijpunt buiten de figuur.

Men wachte zich echter voor generaliseren. In het algemeen kan  $O$  zeker wel binnen een niet-convexe situatievierhoek liggen. Denken we maar eens, dat het gewicht  $d$  te verwaarlozen klein is ten opzichte van de andere drie gewichten. Eigenlijk is dan het vierhoek-probleem een driehoek-probleem gewor-

den. En dan kunnen  $a$ ,  $b$  en  $c$  wel eens zo zijn, dat  $O$  van driehoek  $ABC$  bijv. rechts beneden  $D$  ligt. Aan gezien, als  $d$  zo klein is het traject  $OD$  in werkelijkheid nauwelijks meetelt voor transportkosten, zal  $O$  van vierhoek  $ABCD$  vlak bij dit punt  $O$  van driehoek  $ABC$  liggen, dus rechts beneden  $D$  en dit is binnen de niet-convexe vierhoek.

Vatten wij dit vrij ingewikkelde vierhoekprobleem nog eens in zijn geheel samen, dan krijgen wij het volgende :

Wij zoeken een ster  $O$  met vier stralen, die elk door één der punten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  moeten gaan. Om de hoeken van die ster te bepalen zijn de gewichten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  alleen niet meer voldoende. Dit was nog wel het geval in het driehoekprobleem. Thans bepaalt de geografische vierhoek mede de gedaante van de ster. De ligging van de ster wordt tevens door deze situatie-vierhoek beheerst, maar dat is vanzelfsprekend.

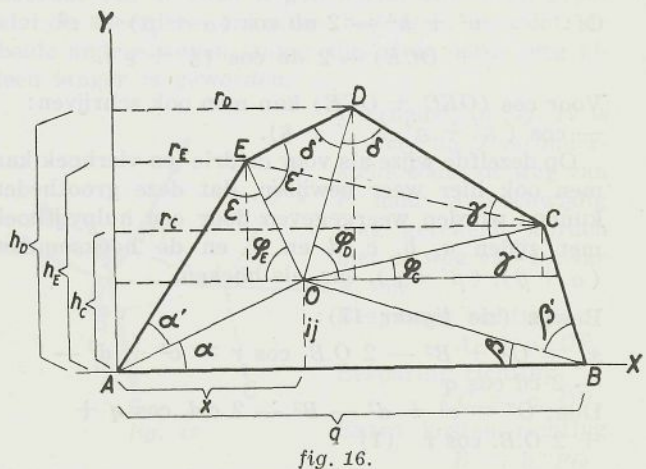
Ten gevolge van bijzondere en hier wel zeer eenvoudige waarden van  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  kan de ster zijn een figuur van twee elkaar onder een nog willekeurige hoek snijdende rechte lijnen.

Dan wordt  $O$  het snijpunt der diagonalen.

Ook in het algemeen laten de waarden van  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  één willekeurige hoek van de ster binnen zekere grenzen vrij. Men kan dus aan één der hoeken systematisch allerlei verschillende grootten geven en telkens de andere daarbij behorende hoeken construeren met een zgn. hulp-vierhoek. Hiervan zijn  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  de zijden en de gezochte sterhoeken de supplementen van de hoeken.

Deze sterren legt men op de geografische situatievierhoek en men kiest de best passende er uit.

### § 5. Geval van vijf punten.



Voor vijf punten krijgt men :

$$AO = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$BO = \sqrt{y^2 + (q - x)^2}$$

$$CO = \sqrt{(h_C - y)^2 + (r_C - x)^2}$$

$$DO = \sqrt{(h_D - y)^2 + (r_D - x)^2}$$

$$EO = \sqrt{(h_E - y)^2 + (x - r_E)^2}$$

De som van deze vijf waarden, elk vermenigvuldigd met de betreffende factor, moet weer zo laag mogelijk zijn. Dus :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x = \frac{ay}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{by}{\sqrt{y^2 + (q-x)^2}} - \frac{c(h_C - y)}{\sqrt{(h_C - y)^2 + (r_C - x)^2}} - \frac{d(h_D - y)}{\sqrt{(h_D - y)^2 + (r_D - x)^2}} - \frac{e(h_E - y)}{\sqrt{(h_E - y)^2 + (x - r_E)^2}} = 0 \quad (1)$$

En :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{b(q-x)}{\sqrt{y^2 + (q-x)^2}} - \frac{c(r_C - x)}{\sqrt{(h_C - y)^2 + (r_C - x)^2}} - \frac{d(r_D - x)}{\sqrt{(h_D - y)^2 + (r_D - x)^2}} + \frac{e(x - r_E)}{\sqrt{(h_E - y)^2 + (x - r_E)^2}} = 0 \quad (2)$$

Hiervoor kan men schrijven :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x = a \sin \alpha + b \sin \beta - c \sin \varphi_C - d \sin \varphi_D - e \sin \varphi_E = 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y = a \cos \alpha - b \cos \beta - c \cos \varphi_C - d \cos \varphi_D + e \cos \varphi_E = 0 \quad (2)$$

Machtsverheffing geeft :

$$(1) \quad a^2 \sin^2 \alpha + b^2 \sin^2 \beta + 2ab \sin \alpha \sin \beta = c^2 \sin^2 \varphi_C + d^2 \sin^2 \varphi_D + e^2 \sin^2 \varphi_E + 2cd \sin \varphi_C \sin \varphi_D + 2ce \sin \varphi_C \sin \varphi_E + 2de \sin \varphi_D \sin \varphi_E$$

$$(2) \quad a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta - 2ab \cos \alpha \cos \beta = c^2 \cos^2 \varphi_C + d^2 \cos^2 \varphi_D + e^2 \cos^2 \varphi_E + 2cd \cos \varphi_C \cos \varphi_D - 2ce \cos \varphi_C \cos \varphi_E - 2de \cos \varphi_D \cos \varphi_E$$

$$\text{Optellen: } a^2 + b^2 - 2ab(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) = c^2 + d^2 + e^2 + 2cd(\cos \varphi_C \cos \varphi_D + \sin \varphi_C \sin \varphi_D) - 2ce(\cos \varphi_C \cos \varphi_E - \sin \varphi_C \sin \varphi_E) - 2de(\cos \varphi_D \cos \varphi_E - \sin \varphi_D \sin \varphi_E)$$

$$\text{Dus: } a^2 + b^2 - 2ab \cos(\alpha + \beta) = c^2 + d^2 + e^2 + 2cd \cos(\varphi_C - \varphi_D) - 2ce \cos(\varphi_C + \varphi_E) - 2de \cos(\varphi_D + \varphi_E).$$

$$\text{Of: } a^2 + b^2 - 2ab \cos(\alpha + \beta) = c^2 + d^2 + e^2 - 2cd \cos(\gamma + \delta) - 2ce \cos(OEC + OCE) - 2de \cos(\delta' + \varepsilon').$$

Voor  $\cos(OEC + OCE)$  kan men ook schrijven:  
 $-\cos(\delta' + \varepsilon' + \gamma' + \delta).$

Op dezelfde wijze als voor de drie- en vierhoek kan men ook hier weer bewijzen, dat deze grootheden kunnen worden weergegeven door een hulpvielhoek met zijden  $a, b, c, d$  en  $e$ , en de hoeksommen  $(\alpha + \beta), (\beta' + \gamma),$  enz. als hoeken.

Bewijs (zie figuur 17):

$$x^2 = O^2 + B^2 - 2 O.B. \cos r = c^2 + d^2 - 2 cd \cos q$$

$$\text{Dus: } O^2 = c^2 + d^2 - B^2 - 2 c.d. \cos q + 2 O.B. \cos r \quad (1)$$

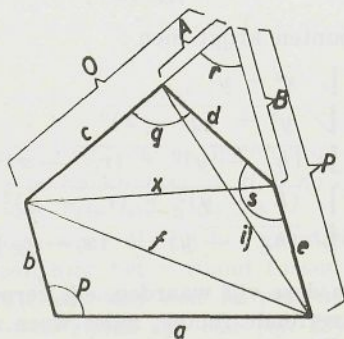


fig. 17.

$$\text{Verder is: } y^2 = P^2 + A^2 - 2 P.A. \cos r = d^2 + e^2 - 2 d.e. \cos s$$

$$\text{Dus: } P^2 = d^2 + e^2 - A^2 - 2 d.e. \cos s + 2 P.A. \cos r \quad (2)$$

Verder is:

$$f^2 = O^2 + P^2 - 2 O.P. \cos r \quad (3), \text{ wat na combinatie met (1) en (2) geeft:}$$

$$f^2 = c^2 + d^2 - B^2 - c.d. \cos q + 2 O.B. \cos r + d^2 + e^2 - A^2 - 2 d.e. \cos s + 2 P.A. \cos r - 2 O.P. \cos r.$$

Aangezien  $d^2 = A^2 + B^2 - 2 A.B. \cos r$ , wordt dus:

$$f^2 = c^2 + d^2 + e^2 - 2 A.B. \cos r - 2 c.d. \cos q + 2 O.B. \cos r - 2 d.e. \cos s + 2 P.A. \cos r - 2 O.P. \cos r = c^2 + d^2 + e^2 + 2(O.B. + P.A. - O.P. - A.B.) \cos r - 2 c.d. \cos q - 2 d.e. \cos s.$$

Nu is  $O = c + A$  en  $P = B + e$ , dus:

$$\begin{aligned} + O.B &= (c + A). B = + c.B + A.B \\ + P.A &= (e + B). A = + e.A + A.B \\ - O.P &= (c + A). (B + e) = - c.B - c.e. - A.B - A.e \\ - A.B &= - A.B \end{aligned}$$

$$\text{Som } O.B + P.A - O.P - A.B = c.e$$

Dus:  $f^2 = c^2 + d^2 + e^2 - 2 c.e. \cos r - 2 c.d. \cos q - 2 d.e. \cos s$

Ook is:  $f^2 = a^2 + b^2 - 2 a.b. \cos p$

Combineren geeft:

$$a^2 + b^2 - 2 a.b. \cos p = c^2 + d^2 + e^2 - 2 c.e. \cos r - 2 c.d. \cos q - 2 d.e. \cos s$$

Voor  $\cos r$  kan men desgewenst ook schrijven:  
 $-\cos (q + s)$ .

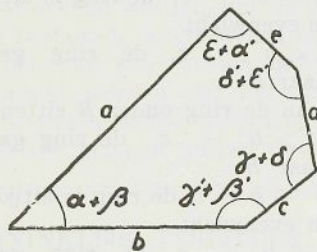


fig. 18.

$c, d$ , en  $e$  dienen twee hoeken bepaald te zijn vóórdat de vorm van de veelhoek vast ligt. Dit maakt de constructie van het punt  $O$  zeer moeilijk.

Helaas bestaan er volgens de nageslagen mathematische literatuur tot op heden geen elegante constructiemethoden voor vierhoeken met ongelijk gewicht en voor meer-hoeken, zoals dit wel voor driehoeken het geval was. Er moet zeker naar gezocht zijn, zodat dus met vrij grote zekerheid mag worden aangenomen, dat er mathematisch geen aardige en handige oplossingen bij deze gevallen voor de dag zijn gekomen.

#### § 6. Andere meetkundige oplossingsmethoden.

Uit de voorgaande paragrafen is gebleken, dat men alleen voor driehoeken en voor vierhoeken met gelijk „gewicht”, of gelijke gewichten voor overstaande hoekpunten, tot een gemakkelijke meetkundige oplossing komt. Bij vierhoeken met ongelijk gewicht voor de vier hoekpunten is het al veel moeilijker en bij vijfhoeken is de oplossing al zeer onpractisch en van een algemene handige oplossing van het vraagstuk is geen sprake.

Hieruit volgt, dat men in die gevallen tot andere methodes zijn toevlucht moet nemen.

Eén methode is bijv., dat men voor verschillende punten binnen de geografische veelhoek de transportkosten uitrekent en alle punten van dezelfde, bepaalde waarde verbindt. Op die wijze krijgt men dus een meetkundige plaats van alle punten, waarvoor de transportkosten een bepaalde, zelfde waarde bezitten. Voor verschillende waarden krijgt men aldus verschillende krommen, een systeem van krommen dus en dit systeem van krommen zal een grens van één of meer punten vertonen, waarvoor de transportkosten minimaal zijn.

Uit mathematisch oogpunt schijnen ook deze krommen niet interessant uit te vallen, zodat er niets bijzonders bij is op te merken.

Daar de methode veel werk vraagt, zal men alleen in noodgeval zijn toevlucht ertoe nemen.

Overgebracht op het geval van fig. 16 krijgt men dus <sup>1)</sup> een figuur als fig. 18. Hieruit blijkt, dat dit geval nog moeilijker te behandelen is dan een vierhoek, want bij gegeven lengteverhoudingen van  $a, b,$

In de tweede plaats kan men zich in de praktijk vaak behelpen door bijv. bepaalde geografische complexen, die dicht met grondstofleverende punten bezet zijn, als één geheel te beschouwen. Zelfs kan men dan binnen die complexen eventueel voor de intermediaire verzamelpunten de gegeven theorie toepassen. Trouwens ook de praktijk leidt vanzelf vaak tot een dergelijke onderverdeling in hoofdgroepen; vaak toch heeft men van nature reeds met zgn. ondernemingscentra te maken en het vraagstuk wordt dan teruggebracht tot het feit, hoe men de centrale verwerking van het product uit deze „centra” op de beste plaats kan doen geschieden.

Niet in alle gevallen is echter deze vereenvoudiging mogelijk.

#### § 7. Mechanische beschouwingswijze.

Kan ons blijkens het bovenstaande de meetkundige behandeling van dit probleem bij gebrek aan een praktische, handige, algemene oplossing niet geheel bevredigen, het is ons dank zij de vriendelijke medewerking van dr R. S. Ketel te Almelo, die de suggestie van analogie met de mechanica deed, mogelijk een andere behandelingswijze aan de hand te doen, die aan het gestelde doel wel beantwoordt:

1. Stel, in een horizontaal vlak liggen vier punten  $A, B, C$  en  $O$ . Vanuit  $O$  leiden rechte wegen naar  $A, B$  en  $C$ . Het vervoer langs deze wegen kost per km resp.  $a, b$  en  $c$  cent.

Als de vervoerskosten langs de verbindingen  $OA,$

$OB$  en  $OC$  een minimum vertonen, speciaal voor het punt  $O$ , dan, — zo leert de wiskunde — is voor een punt  $P$  dichtbij  $O$  gelegen de besparing, verkregen doordat één of twee wegen korter zijn, even groot als de meerdere onkosten bedragen, doordat de beide andere wegen langer zijn of de derde weg alleen langer is geworden.

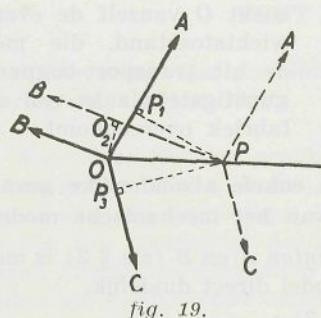


fig. 19.

Hiernaast, in fig. 19 is  $P$  dicht bij  $O$  verondersteld, zodat de weg van  $P$  naar  $A$  evenwijdig mag gerekend worden met de weg van  $O$  naar  $A$ , enz.

Besparing richting

$$A = a. OP_1$$

Besparing richting

$$C = c. OP_3$$

Extra kosten richting

$$B = b. PO_2$$

Volgens de wiskunde geldt dan dus voor het minimum

$$a OP_1 + c OP_3 = b PO_2$$

$$\text{of } a. OP \cos POA + b. OP \cos POB + c. OP \cos POC = 0.$$

Noemen wij de hoeken  $POA, POB, POC$  resp.  $\alpha, \beta, \gamma$ , dan geldt:

$$a \cos \alpha + b \cos \beta + c \cos \gamma = 0. \quad (1)$$

Aangezien  $OP$  een willekeurige richting heeft ten opzichte van  $OA, OB$  en  $OC$ , geldt de vergelijking (1) voor de hoeken  $\alpha, \beta$  en  $\gamma$  die deze lijnen met een willekeurige door  $O$  getrokken lijn maken. (vergelijk ook § 3!).

<sup>1)</sup> de hoeken zijn — zoals trouwens bij alle voorgaande tekeningen — willekeurig getekend; het gaat hier alleen maar om demonstratie van de werkmethode.

2. De bovenstaande vergelijking roept onmiddellijk herinneringen op aan de elementaire mechanica: wanneer nl. in een horizontaal vlak 3 krachten werken, die in één punt aangrijpen, dan luidt de

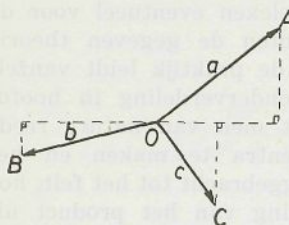


fig. 20.

evenwichtsvoorwaarde, dat de algebraïsche som der ontbondenen in elk van twee onderling loodrechte richtingen nul moet zijn.

Noemen wij weer dezelfde hoeken als sub 1:  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$ , dan geldt ook nu:

$a \cos \alpha + b \cos \beta + c \cos \gamma = 0$ , dus dezelfde vergelijking als voor het minimumprobleem, zoals dat geformuleerd is sub. 1.

De verklaring is, dat dit evenwichtsvraagstuk van drie krachten een minimumprobleem wordt als wij het begrip potentiële energie van het punt O invoeren.

3. Het grote voordeel van deze mechanische beschouwingswijze is, dat wij nu elk willekeurig geval voor ieder willekeurig aantal punten kunnen oplossen. Wat wij te doen hebben is niets anders dan de geografische situatie uit te zetten op een verticaal bord en in deze punten gladde houten pennetjes dan wel, beter nog, katrolletjes (immers, de beweging moet zoveel mogelijk wrijvingsvrij geschieden) aan te brengen. Aan een licht ringetje O bevestigen wij vervolgens een aantal koordjes, overeenkomend met het aantal

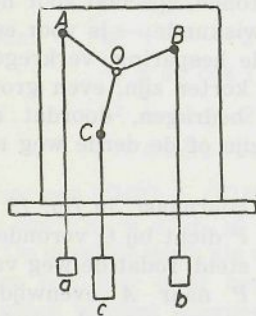


fig. 21.

met het aantal geografische punten en laten deze koordjes, waaraan de gewichten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  enz. zijn opgehangen, lopen over de betreffende katrolletjes. Wanneer wij nu het ringetje loslaten, zoekt O vanzelf de evenwichtstoestand, die met de uit transport-oogpunt gunstigste plaats van de fabriek overeenkomt.

#### § 8. Beschouwing van enkele afzonderlijke gevallen met behulp van het mechanische model.

A. Het geval van 2 punten A en B (zie § 2) is met het mechanisch model direct duidelijk.

B. Drie punten (zie § 3):

1. Het is duidelijk, dat één der gewichten wel eens zo groot kan zijn, dat de ring tegen het bij dat gewicht behorende katrol aan gaat zitten.

Dan hebben wij wat de wiskundige een grensminimum noemt.

2. Nimmer gaat O op een zijde van driehoek ABC liggen, want een hoek O kan niet  $180^\circ$  zijn.
3. Nimmer gaat O buiten driehoek ABC liggen, want een hoek O kan niet groter dan  $180^\circ$  zijn.
4. Verplaatsing van de katrollen langs de

evenwichtslijnen OA, OB, OC verandert de ligging van O niet.

C. Drie punten op een rechte lijn (zie slot van § 3):

Er zijn hier nog twee mogelijkheden. In fig. 22 is de ring boven B gedacht:

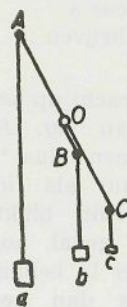


fig. 22.

1.  $a > b + c$ , de ring gaat naar A
2.  $a = b + c$ , de ring is altijd in evenwicht
3.  $a < b + c$ , de ring gaat naar B

Ook kan de ring onder B zitten

4.  $a > b - c$ , de ring gaat naar B
5.  $a = b - c$ , de ring is altijd in evenwicht
6.  $a < b - c$ , de ring gaat naar C

D. Het geval van vier punten A, B, C en D (zie § 4) geeft aanleiding tot de volgende opmerkingen:

1. Zijn  $a$ ,  $b$ ,  $c$  en  $d$  gelijk, dan zoekt O het snijpunt van de diagonalen (fig. 23).
2. Zijn  $a$  en  $c$  en ook  $b$  en  $d$  gelijk, dan is O eveneens het snijpunt van de diagonalen.
3. Bij een niet-convexe vierhoek ABCD gaat O in de inspringende hoek zitten, nl. in de gevallen 1 en 2 (fig. 24).
4. O kan binnen de niet-convexe vierhoek ABCD liggen als het gewicht behorende bij de inspringende hoek maar klein genoeg is (fig. 25).

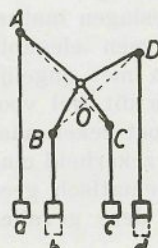


fig. 23.

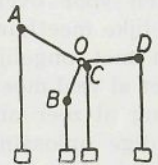


fig. 24.

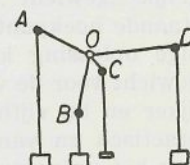


fig. 25.

#### § 9. Nog enkele algemene opmerkingen.

In het voorgaande is aangenomen, dat er geen vooropgezette voorkeur voor een bepaalde vestigingsplaats bestaat. Is dat wel het geval, dan wordt de zaak natuurlijk veel eenvoudiger, vooral als het geval zich voordoet — en dit zal vrij veel voorkomen —, dat men de fabriek om bepaalde redenen in een der punten A, B, C of D, enz. wil plaatsen. Alles wat men dan te doen heeft is, voor ieder dezer gevallen afzonderlijk de transportkosten uit te rekenen en deze te vergelijken.

Hier komt dus helemaal geen wiskunde bij te pas.

Men kan zelfs de vraag stellen of de boven gegeven wiskundige afleidingen in het geheel zelfs zin hebben, omdat men in de praktijk immers de wegen meestal niet als rechte lijnen kan trekken, zoals dat hier het geval is.

Toch wordt door schrijver gemeend, dat een beschouwing als hier gegeven wel degelijk zin heeft. In de eerste plaats vergete men niet, dat trans-

portkosten een uitgave betekenen, die iedere dag terug komt en wanneer men eenmaal een bepaalde plaats heeft gekozen, zit men er meestal voor zijn leven — om niet te zeggen voor geslachten — aan vast. Dat dan ook bij projecten van enige omvang de keuze der vestigingsplaats ook uit het oogpunt van transportkosten alle studie rijkelijk waard is, zal wel nauwelijks iemand betwijfelen. En zelfs al moet erkend worden, dat de praktijk — bijv. wegens het bestaande wegensstelsel of anderszins — aan de theorie niet kan voldoen, dan moge toch naar voren gebracht worden, dat het op zichzelf reeds nuttig is te weten welke geografische ligging theoretisch voor een bepaald project de beste is (uit transport-

oogpunt dan wel te verstaan), opdat men voor het practisch te verwezenlijken althans een richtlijn hebbe, waarmede men vergelijken kan.

#### Slotwoord.

De schrijver betuigt hierbij gaarne zijn oprechte dank aan Prof. dr O. Bottema in Delft voor waardevolle aanwijzingen, aan dr R. S. Ketel te Almelo, zonder wiens suggesties de meest nuttige elementen in deze beschouwing zouden hebben ontbroken en aan de heer J. F. Gouwenberg, die de tekeningen en enkele planimetrische details voor zijn rekening nam.

Buitenzorg, 4 Juli 1949.

### KONINKLIJK INSTITUUT VAN INGENIEURS Groep Indonesië.

#### BESTUURSMEDEDELINGEN.

Notulen van de Algemene Ledenvergadering van de Groep Indonesië van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs, gehouden op Zondag 12 Juni 1949 in de vergaderzaal van de Koninklijke Natuurkundige Vereniging te Batavia.

Aanwezig waren de volgende bestuursleden :

ir. W. D. P. Stenfert — waarnemend Voorzitter  
ir G. H. Pesman — waarnemend Penningmeester en tijdelijk waarnemend Secretaris.

Gen. Maj. P. A. G. Hübeler — Commissaris  
alsmede 3 leden

De vergadering werd om 10.10 u. geopend door de heer Stenfert met een welkomstwoord aan de weinige leden, en een verzoek om clementie voor de late bekendstelling van deze vergadering, welke het gevolg was van het late uitkomen van de „*Ingenieur in Indonesië*” nr. 4 waarin de convocatie was opgenomen; hierna werd overgegaan tot behandeling van de Agenda, zoals deze werd aangekondigd in bovenvermelde „*Ingenieur in Indonesië*”.

#### PUNT I.

##### Samenstelling Groepsbestuur.

Alhoewel volgens de Statuten het Groepsbestuur de bevoegdheid heeft zich aan te vullen en zich te groeperen, wil het de waarnemend voorzitter voorkomen dat het gewenst is, de leden in te lichten over de veranderingen, welke zich sinds de vorige algemene vergadering in de samenstelling van het Groepsbestuur hebben voorgedaan; hij verwijst daarbij naar hetgeen hierover is medegedeeld in de „*Ingenieur in Indonesië*” nr. 4 (Mei 1949). Het Bestuur heeft zich dus als volgt samengesteld :

ir J. L. G. Tersteeg — Voorzitter (tijdelijk in Holland).

ir W. D. P. Stenfert — Waarnemend Voorzitter.

ir R. A. Wolterbeek Muller — Secretaris.

ir G. S. Vrijburg — Penningmeester (tijdelijk in Holland).

ir G. H. Pesman — Commissaris wnd. Penningmeester.

ir A. M. Semawi — Commissaris.

Gen. Maj. P. A. G. Hübeler — Commissaris.

voor welke samenstelling de waarnemend Voorzitter homologatie verzocht en verkreeg.

Met een enkel woord memoreerde de waarnemend Voorzitter de scheidende bestuursleden ir E. van Elk en dr ir P. Honig en het vele werk dat deze leden voor de Groep hebben verricht en sprak uit naam van de Groep zijn wens uit voor een lange en voorspoedige loopbaan buiten Indonesië.

#### PUNT II.

Goedkeuring van de Notulen der Groepsvergadering dd. 19 Dec. 1948.

Waar deze Notulen gepubliceerd waren in het 4e nummer van 1949 van de „*Ingenieur in Indonesië*” en zij aan alle aanwezigen bekend waren, werd afgezien van voorlezing. Aangezien geen der aanwezigen hierop amendementen wenste werden de Notulen als goedgekeurd aangenomen.

#### PUNT III.

##### Financiële verantwoording over 1948.

Bij de voorlezing van het jaarverslag van de Penningmeester (zie de „*Ingenieur in Indonesië*” nr. 4, Mei 1949) werd bekendgesteld dat de Deviezentoe wijzing van f 5000.— is verkregen en dit bedrag is overgemaakt.

Waar geen bezwaren of opmerkingen over het jaarverslag binnenkwamen werd door de waarnemend Voorzitter geconstateerd dat hiermede het financieel beleid door de leden werd goedgekeurd.

## PUNT IV.

## Verslag Verificatiecommissie 1948.

Na voorlezing van het verslag (zie „*Ingenieur in Indonesië*” nr. 4, Mei 1949) werd hierover geen opmerking gemaakt en concludeerde de waarnemend Voorzitter dat de vergadering het Bestuur machtigt de Penningmeester onder dankzegging voor zijn uitmuntend werk te dechargeren voor 1948. Tevens dankt de waarnemend Voorzitter de Verificatiecommissie voor de wijze waarop zij zich van hare taak heeft gekweten.

## PUNT VI.

## Rondvraag.

Ir M. Levert wenst van de rondvraag gebruik te maken om enige wensen over te brengen van de Kring Soerabaja, waarvan hij lange tijd Secretaris is geweest.

In verband met de lange wachttijd, welke de adspirantleden moeten ondergaan, wordt verzocht aan deze mensen goodwill te betonen door hen direct na aanmelding en vooruitlopend op hun aanname reeds „*De Ingenieur*” en de „*Ingenieur in Indonesië*” toe te zenden, en daarvoor dus de beschikking te krijgen over enige reserve exemplaren. Nadat de waarnemend voorzitter gewezen heeft op de financiële consequenties hiervan werd gesugereerd

dat dit gecompenseerd zou kunnen worden door de betrokken leden met terugwerkende kracht lid te laten worden.

De waarnemend Voorzitter zegde toe dit in de eerstvolgende Groepsbestuursvergadering aan de orde te stellen. Tevens kwam van de Kring Soerabaja het, ter vergadering, bij monde van de heer ir M. Levert, gedane verzoek binnen om aan alle kringbesturen en werkcomité's de normen van de ballotage bekend te stellen. In verband met de wenselijkheid om bij de ballotage pijnlijke weigeringen zoveel mogelijk te voorkomen, neemt het Bestuur deze suggestie gaarne over en zegde toe een dergelijke brief rond te zenden. Tenslotte werd door de heer ir M. Levert teruggegrepen naar de opwekking voor copy voor de „*Ingenieur in Indonesië*”, gedaan bij monde van de heer Prof. ir N. A. van den Heuvel, waarbij hij verzocht te mogen weten welke richtlijnen door de Redactie-commissie worden aangehouden bij de opname van artikelen voor de „*Ingenieur in Indonesië*”. De waarnemend Voorzitter zegde toe dit verzoek over te brengen aan de Redactie-commissie.

Onder dankzegging voor de getoonde belangstelling sluit daarop de waarnemend Voorzitter om 10.45 u. het officiële gedeelte van de vergadering, waarna nog gedurende enige tijd op onofficiële wijze de belangen van de Groep werden besproken.

Ir G. H. P e s m a n  
t.w. Groeps-Secretaris.

## II. BOUW- EN WATERBOUWKUNDE.

INHOUD: Verslag van werkzaamheden in 1948 van het Instituut voor Weg- en Waterbouwkundige Onderzoekingen te Bandoeng, door Ir H.K.S. Ph. Begemann.

### Laboratorium voor Grondmechanica en Wegentechniek

Verslag van werkzaamheden in 1948 van het Instituut voor Weg- en Waterbouwkundige Onderzoekingen te Bandoeng

door

Ir H. K. S. Ph. Begemann.

Bij het ontwerpen van gebouwen, waterbouwkundige werken, wegen of vliegvelden doen zich allerlei vragen voor zoals:

Is een paalfundering noodzakelijk, of kan op staal worden gefundeerd; hoe lang dienen de palen te zijn en wat is de nuttige paalbelasting; hoe groot en hoe diep moeten de fundaties worden en welke zettingen zullen te verwachten zijn; hoe zwaar moet de fundatie van een machine gekozen worden om hinderlijke trillingen te voorkomen; welke gronden zijn geschikt voor dambouw; welke taludhelling moet worden gekozen en wat zullen de lekverliezen worden; hoe moet men een weg of startbaan i.v.m. de draagkracht van de ondergrond construeren; hoe groot worden de gronddrukken tegen damwanden, keermuren e.d.; welke verdichtingsmethoden dienen

bij bepaalde gronden te worden gebruikt en wat moet het vochtgehalte van de grond daarbij wezen; hoe kunnen verdere afschuivingen worden voorkomen, enz.

De ontwikkeling van de Grondmechanica is thans zover voortgeschreden, dat bovenstaande vragen op bevredigende wijze kunnen worden beantwoord, waardoor fouten in het ontwerp kunnen worden voorkomen en tevens door de meer nauwkeurige onderzoekingsmethoden de zekerheidsfactor kleiner kan worden.

Een goed en modern uitgerust laboratorium is hiervoor echter nodig benevens een geschikte apparatuur voor bepalingen te velde.

In een dergelijk laboratorium moeten de navolgende bepalingen kunnen worden verricht:

| Soort bepaling                                                                                             | In het laboratorium van het I.W.W.O. toegepaste methoden, c.q. apparatuur.    | Doel der bepalingen.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. korrelverdeling.<br>a) zeefanalyse                                                                      | schudmachine met standaardzeven.                                              | } vastleggen grondsoort, aanwijzingen omtrent te verwachten mechanische eigenschappen, aanvulling grondmechanische beschouwingen.                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| b) slibanalyse                                                                                             | areometermethode                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 2. Atterbergse consistentie grenzen:<br>a) vloeigrens<br>b) uitrolgrens<br>c) kleefgrens<br>d) krimp grens | volgens de thans voorgeschreven standaard-methoden                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 3. ware s.g. minerale stof                                                                                 | pyknometer                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 4. volume-gewicht                                                                                          | wegen van een bekend volume                                                   | } voor berekening korreldrukken e.d. en bepaling poriënpercentage.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 5. watergehalte                                                                                            | drogen in droogstoof (110° C)                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 6. capillaire stijghoogte                                                                                  | diverse eenvoudige methoden                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 7. wrijvingseigenschappen                                                                                  | cel-apparaat van Buisman                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 8. samendrukbaarheid                                                                                       | samendrukkingsapparaat (type Delft)                                           | } berekening korreldrukken en grondwaterstromingen.<br>voor stabiliteitsberekeningen van funderingen en taluds, en voor berekening gronddrukken.                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 9. waterdoorlatendheidscoëfficiënt $k$                                                                     | samendrukkings-doorlatendheidsapparaat (type Delft)                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 10. electrosmotische $k$                                                                                   | electrosmose-meter                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 11. Optimum vochtgehalte                                                                                   | proctor-proef                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 12. California Bearing Ratio (C.B.R.)                                                                      | Volgens standaardproef, o.a. beschreven in de Highway Research Board van 1942 | ter bepaling van te verwachten zettingen.<br>ter berekening lekverliezen, grondwaterstroming e.d.<br>ter bepaling van de mate van gevoeligheid van een grond voor elektrische drainage d.m.v. gelijkstroom.<br>bepaling gunstigste vochtgehalte waarbij de grond moet worden verdicht om een zo klein mogelijk poriën-percentage te krijgen.<br>ter bepaling van de dikten van de diverse wegen startbaanconstructies. |

Het laboratorium van het I.W.W.O., dat 1 Juli 1948 werd opgericht <sup>1)</sup>, is voorlopig slechts als praktijk-laboratorium opgezet en zodanig uitgerust, dat de meest voorkomende onderzoeken, die voor de praktijk nodig zijn, kunnen worden verricht. Bestond er in de aanvang enig tekort aan apparatuur voor de bepalingen van de grondmechanische eigenschappen, nu echter het eerste gedeelte van de in Nederland bestelde apparatuur is ontvangen, kan ook het aantal grondmechanische bepalingen sterk worden opgevoerd.

Niettegenstaande de beginmoeilijkheden werden in de periode 1 Juli 1948 — 1 Januari 1949 de navolgende bepalingen verricht :

Onderkenning :

|                     |          |
|---------------------|----------|
| zeefanalyses        | 64 stuks |
| slibanalyses        | 122 „    |
| Atterbergse cijfers | 93 „     |
| s.g. bepalingen     | 64 „     |

Mechanische eigenschappen :

|                                |          |
|--------------------------------|----------|
| C.B.R.-bepalingen              | 52 stuks |
| celproeven                     | 24 „     |
| samendrukkingsproeven          | 36 „     |
| waterdoorlatendheidsbepalingen | 5 „      |
| proctor-proeven                | 19 „     |

Wegen :

|                                   |           |
|-----------------------------------|-----------|
| proefstukken voor wegconstructies | 182 stuks |
|-----------------------------------|-----------|

Om een beeld te geven van de thans in gebruik zijnde apparaten mogen de foto's 1, 2 en 3 dienen.

Aangezien de grondmechanische proeven behoren te geschieden op ongeroerde grondmonsters, is de buitendienst uitgerust met een speciaal „steekapparaat” waarin een blikken bus van 45 cm lengte en een diameter van 6,6 cm is gevat waarmee ongeroerde monsters kunnen worden gestoken. Ook wordt gebruik gemaakt van het in Nederland uitgedachte sondeerapparaat waarmee op snelle wijze een beeld kan worden verkregen van de „vastheid” van de diverse grondlagen.

1) Vide : Vlughter/Het Instituut voor Weg- en Waterbouwkundige Onderzoekingen, „De Ingenieur in Indonesië” No. 1 — 1948.

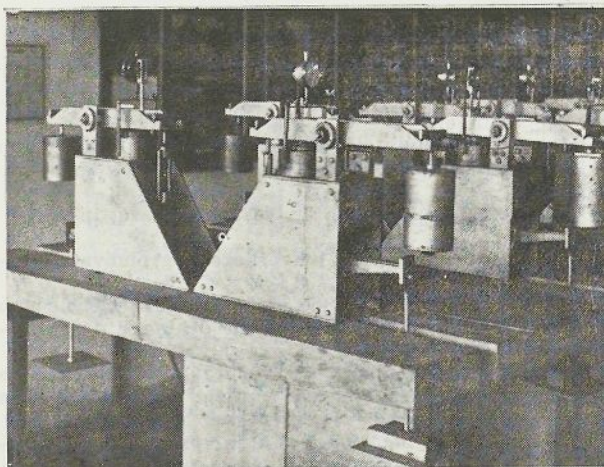


Foto 1. Samendrukkingsapparaten

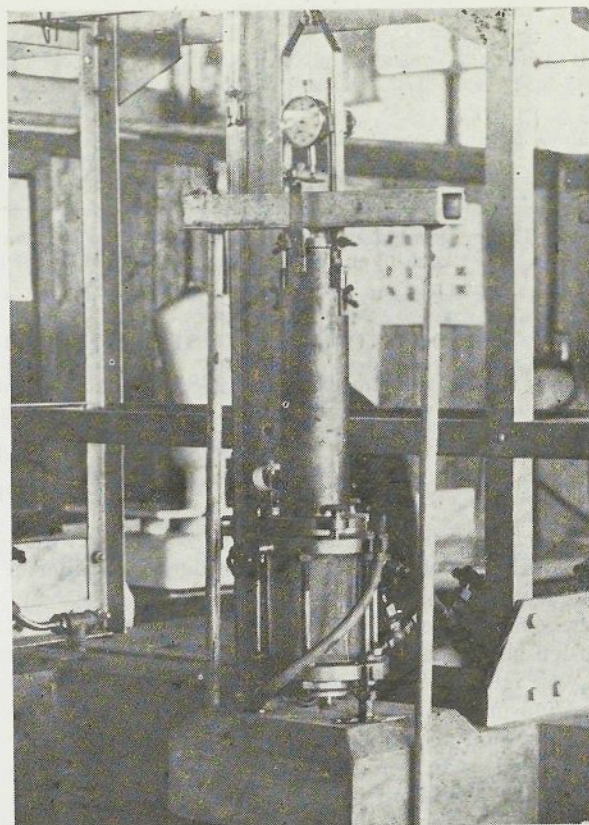


Foto 2. Celapparaat.

Door het verrichten van meerdere sonderingen kan uiteraard ook het verloop van deze lagen in horizontale richting worden bepaald. Bij dergelijke sonderingen wordt de druk gemeten, die nodig is om een conus met een grondoppervlak van 10 cm<sup>2</sup> in de grond te drukken. Voor een nauwkeurige beschrijving van het sondeerapparaat moge worde verwezen naar „Grondmechanica” door ir T. K. Huisinga.

Het laboratorium heeft thans de beschikking over 2 (in de naaste toekomst 3) middelzware sondeerapparaten, waarmee conusdrukken tot 50 kg/cm<sup>2</sup> kunnen worden gemeten. Hiermede kunnen, indien de grondgesteldheid zulks toelaat, diepten van

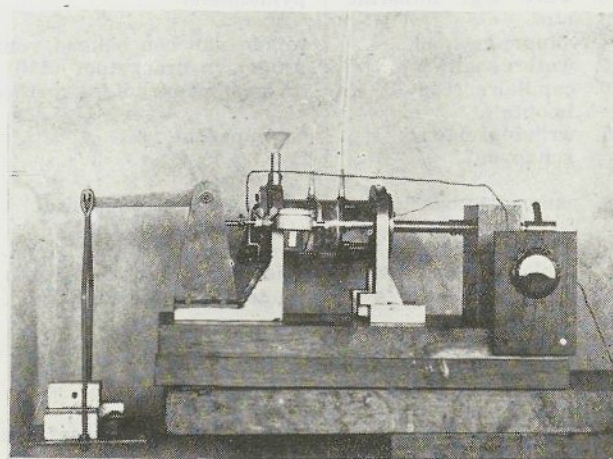


Foto 3. Electrosmose apparaat.

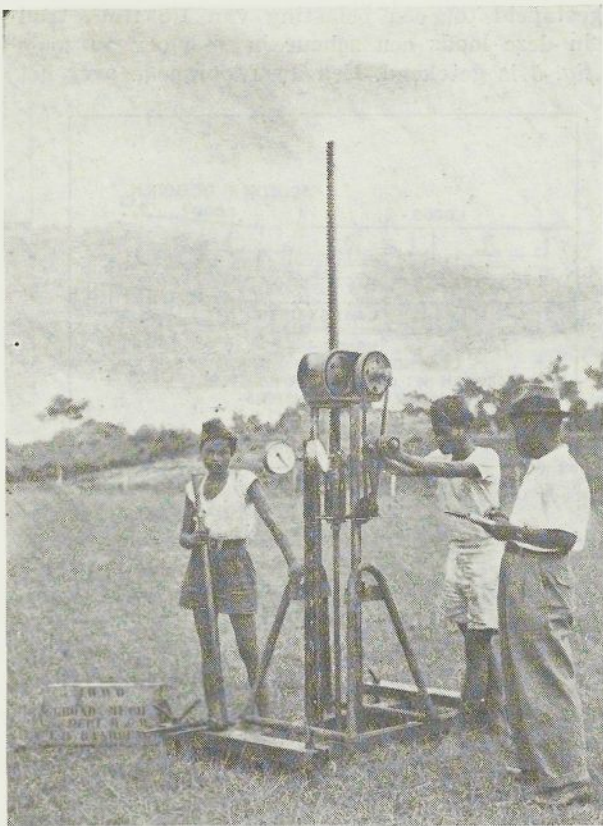


Foto 4.

± 30 m worden bereikt. Voorts zijn aanwezig 2 diep-sondeerapparaten (meetbereik 100 kg/cm<sup>2</sup>) waarmee eventueel tot een diepte van 50 à 60 m kan

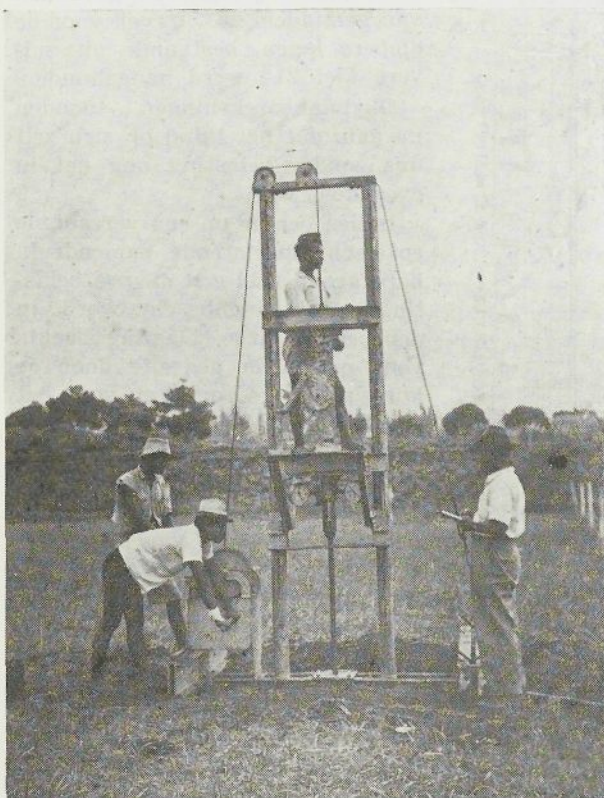
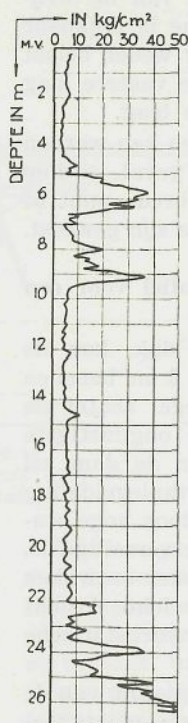


Foto 5.

worden gesondeerd. Met deze sondeerapparaten kunnen ook tot op grote diepten kleine monsters gestoken worden.

Foto 4 geeft het middelzware sondeerapparaat weer, foto 5 het diepsondeerapparaat.



Ter illustratie van het resultaat van een sondering is in fig. 1 een sondering met een middelzwaar sondeerapparaat in de Tjidengwijk te Batavia weergegeven.

De vastere laag komt hier pas op 26 m beneden maaiveld voor. Tot die diepte bestaat de grond uit donkergrijs slib en meer of minder zandige lagen. De wat meer draagkrachtige laag van 5 tot 7 m-mv. wordt gevormd door zand met fijn slib vermengd.

Tot slot van dit eerste gedeelte wordt in onderstaand staatje een overzicht gegeven van de tussen 1 Juli 1948 en 1 Januari 1949 ontvangen opdrachten, afkomstig van West-Java, Zuid-Celebes, Borneo en Sumatra. Zij zijn hierbij naar hun aard onderverdeeld.

Fig. 1. Sondering in de Tjidengwijk te Batavia (met middelzwaar sondeerapparaat).

|                                                    |           |
|----------------------------------------------------|-----------|
| alleen ter onderkenning van de grondsoort          | 2         |
| trillingsonderzoekingen                            | 2         |
| funderingen voor gebouwen en kunstwerken           | 21        |
| stabiliteitsberekeningen van dammen en kunstwerken | 6         |
| wegconstructies                                    | 4         |
| vliegvelden                                        | 4         |
| algemene adviezen                                  | 2         |
| <b>Totaal aantal opdrachten</b>                    | <b>41</b> |

Na dit algemene overzicht zullen thans enige leerzame gevallen uit de praktijk in het kort worden behandeld.

#### Verzakking van een steiger.

Ergens aan de kust van Celebes was een reeds lang in gebruik zijnde steiger in de Japanse tijd, kort na een bombardement, naar schatting ruim 50 cm gezakt.

Een sondering, vlak naast deze steiger verricht, toonde aan, dat de palen waren ingeheld tot even boven de slapste laag, die in het profiel werd opgemeten en dus niet stonden op een vaste kalklaag, zoals men aanvankelijk ten onrechte meende.

Figuur 2 geeft het bedoelde sondeerdiagram weer met daarin getekend de opgegeven diepte der paalpunten.

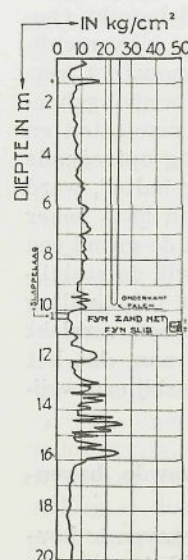


Fig. 2. Sondering naast een steiger

Dat de palen pas zijn gezakt na het bombardement is op de volgende wijze te verklaren. Bij het inheien is een verdichting rondom de paal ontstaan, die zich echter door de trillingen ten gevolge van het bombardement in horizontale richting kon uitspreiden met als gevolg een afname van de wrijvings- en puntweerstand. Deze afname is blijkbaar zo groot geweest, dat toen de steiger weder belast werd, de palen door het laatste restje vastere laag werden heengedrukt, tot in de slappe laag.

De conclusie, welke hieruit getrokken kan worden is, dat de palen in het onderhavige geval te diep waren geheid; kortere palen met verbrede punt of schroefpalen zouden hier op hun plaats zijn geweest.

#### Bepaling van het benodigde dijkprofiel voor een afsluitdam in een oude rivierloop.

Bij bedoelde ongeveer 6 m hoge dijk, kan de hoogste waterstand voor de dijk tot 1 m beneden de kruin reiken, terwijl de waterspiegel achter de dijk dan slechts 0,50 m lager is. De ongunstigste omstandigheid voor de stabiliteit van de dam zal ontstaan, wanneer er een snelle waterspiegeldaling plaats heeft, nadat het damlichaam door hoge waterstanden aan weerszijden met water verzadigd is. In dit geval zal namelijk het poriënwater ontwijken en oefent daarbij een naar buiten gerichte kracht uit, welke direct na de daling de hydrostatische druk benadert.

Voor de stabiliteitsberekening ter bepaling van de vereiste taludhelling moet in de eerste plaats bekend zijn de wrijvingshoek, die de grond na de verdichting zal kunnen leveren. Deze verdichting geschiedde bij de uitvoering door middel van handstampers. Aangezien deze verdichtingsmethode volgens inlichtingen ongeveer hetzelfde effect zal hebben als een verdichting door een 6 tons wals, werden in het laboratorium in de z.g.n. „walsmachine” hoeveelheden van de te verwerken grond bij verschillende vochtgehalten gecompriëerd onder een belasting overeenkomend met die van een 6 tons wals. Bij een vochtgehalte van 36 gewichtsprocenten werd hierbij de grootste dichtheid bereikt (poriënvolume 51%). Van de op deze wijze bij verschillende vochtgehalten gecompriëerde monsters werden vervolgens in een celapparaat de wrijvingshoeken bepaald. Aan de hand van deze resultaten en rekening houdend met bij de uitvoering optredende afwijkingen van het „optimum vochtgehalte”, werd aangenomen, dat een poriënvolume van 58% zeker zou kunnen worden bereikt. Hierbij zal de grond een wrijvingshoek van  $34\frac{1}{2}^\circ$  bezitten, terwijl de stabiliteitsberekening uitwees, dat dan een taludhelling van 1 :  $2\frac{1}{2}$  benodigd is. Een controleproef, verricht na het voltooiën van de dam, toonde aan, dat het poriënvolume 55% bedroeg, terwijl daarbij een wrijvingshoek van  $36^\circ$  werd gemeten.

#### Verzakking van een onlangs gebouwde havenloods, gelegen aan een rivieroever.

Van de op de situatie in fig. 3 aangegeven te bouwen havenloodsen was loods A voltooid, terwijl van loods B eerst de rechterhelft gereed was gekomen. Toen bij de ingebruikname in de loods A zout werd

opgestapeld tot een belasting van  $1,5 \text{ t/m}^2$ , trad er in deze loods een scheur in de vloer op zoals in fig. 3 is getekend. Een dwarsdoorsnede over het

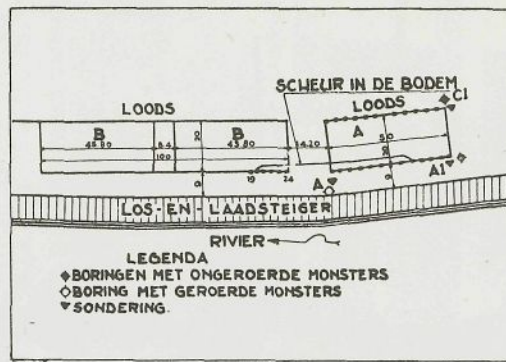


Fig. 3  
Situatie havenloodsen.

talud met de steiger en loods is in fig. 5 weer gegeven. De vermelde scheur zette zich voort over de weg tussen de loodsen A en B tot  $\pm 10 \text{ m}$  in de loods B die nog niet in gebruik was genomen.

De gewapend betonnen trekbanden van de kapspanten, gelegen onder de vloer, waren ter plaatse alle stuk getrokken. Volgens beschikbare gegevens bestaat hier de grond tot zeer grote diepte uit klei-afzettingen. Om meer inlichtingen te verkrijgen werden met het middelzwaar sondeerapparaat 3 sonderingen verricht en een aantal ongeroerde monsters gestoken. Fig. 4 geeft een der sonderingen weer. Voor de bovenste 9 m, bestaande uit zachte klei met

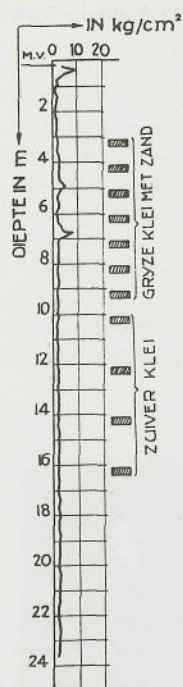


Fig. 4  
Sondering bij  
verzakte  
havenloods.

wat zand en zanderige laagjes, werd een wrijvingshoek gevonden van gemiddeld  $25^\circ$ , terwijl voor de diepere lagen, bestaande uit zuivere klei  $21^\circ$  werd aangehouden.

Glijdvlakberekeningen toonden nu aan, dat het talud op zich zelf dus zonder belasting nog net in evenwicht was.

Indien echter op een verzadigde en slecht doorlatende, samendrukbare grond snel een nieuwe belasting wordt aangebracht, wordt in den beginne deze belasting slechts voor een klein gedeelte door de korrels zelf gedragen en voor het grootste gedeelte opgenomen door verhoogde waterdrukken. Men spreekt in zo'n geval van „overspannen” poriënwater. Met de tijd neemt de overdruk van het water af en de korreldruk toe. Dit overspannen water levert de meest ongunstige situatie voor het evenwicht. Zelfs voor het gunstigste geval, van volledige aanpassing, waarbij dus de belasting geheel wordt gedragen door korreldrukken en niet meer door overspannen water, kon worden aangetoond, dat bij de aangebrachte belasting in de loods, het evenwicht niet meer verzekerd was.

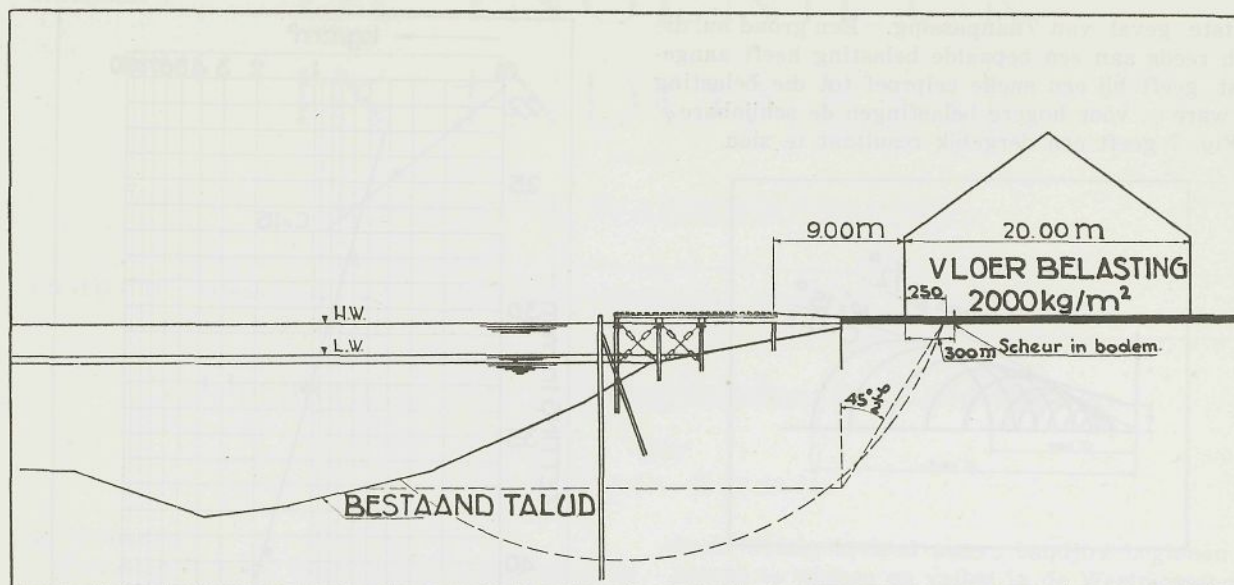


Fig. 5  
Dwarsdoorsnede over loods  
en talud.

Het gevaarlijkste glijdvlak zou volgens de berekeningen het horizontale vlak moeten snijden in de loods op  $\pm 2,50$  m afstand van de rivierzijde van de loods; in werkelijkheid is de scheur opgetreden op 3 m afstand.

Zoals verdere berekeningen aantoonde, had de loods veilig op een afstand van rond 14 m van de steiger kunnen worden gebouwd.

#### Verzakking van een brugpijler.

Van een brugpijler, gelegen dicht bij de monding van een rivier, gefundeerd op twee putten, was na een extra hoge bandjir de bovenstroomse zijde plotseling  $\pm 50$  cm gezakt. Voordien had de pijler reeds 20 jaar gestaan, zonder dat waarneembare zakkings waren geconstateerd.

Teneinde de oorzaak van deze verzakking op te sporen, werden enkele sonderingen verricht. Fig. 6

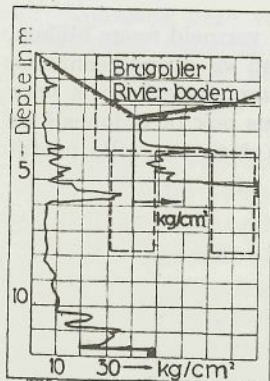


Fig. 6  
Sonderingen bij  
verzakte brug-  
pijler.

laag. Bij de sondering vlak naast de pijler kon met het gebezigde middelzwaar sondeerapparaat niet door de vastere laag heen worden gesondeerd; hier was deze laag dikker dan bij de eerste sondering.

Uit deze gegevens blijkt echter, dat de onderkant van de bovenstroomse putfundering is gelegen in een slappe laag met sondeerwaarde van 4 à 5 kg/cm². Een berekening toonde nu aan, dat deze laag op zich zelf tot even boven zijn evenwichtsdraagvermogen was belast. Deze laag was echter opgesloten tussen twee vastere lagen. Toen echter door de laatste uitzonderlijk hoge bandjir een groot deel van de grondbelasting, gelegen op de vastere laag op 5 m diepte, door de uitschuring was verdwenen en mogelijk zelfs een deel van deze vastere laag was uitgeschuurd, kon de daarondergelegen slappe laag door de fundatiedruk worden opgeperst.

Was deze fundering 1 m dieper geplaatst, dan zou deze verzakking niet zijn opgetreden.

#### De voorgeschiedenis van kleigronden.

Bij twee laboratoriumproeven op verzadigde, slecht doorlatende gronden komt de voorgeschiedenis van het beproefde grondmonster duidelijk tot uiting. Dit zijn de celproef en de samendrukkingsproef.

Bij een celproef worden bij verschillende toenemende verticale belastingen de daarbij benodigde horizontale steundrukken bepaald, nodig om het evenwicht te handhaven.

Zet men met behulp van cirkels van Mohr de corresponderende verticale- en horizontale drukken uit, dan geeft de helling van de omhullende van deze cirkels de wrijvingshoek weer. Bij een snelle proef op verzadigde, slecht doorlatende gronden wordt echter een deel van de verticale belasting omgezet in „overspannen” poriënwater, dat een groter benodigde horizontale steundruk tot gevolg heeft, waardoor de helling van de omhullende flauwer wordt. Deze helling is dus afhankelijk van de snelheid van de proef en geeft de „schijnbare” wrijvingshoek  $\varphi'$ , dit in tegenstelling tot de „ware” wrijvingshoek  $\varphi$ , die men verkrijgt, indien men het poriënwater voldoende tijd laat om te ontwijken. Men spreekt in dit

laatste geval van  $\varphi$ aanpassing. Een grond nu, die zich reeds aan een bepaalde belasting heeft aangepast, geeft bij een snelle celproef tot die belasting de ware  $\varphi$ , voor hogere belastingen de schijnbare  $\varphi'$ .

Fig. 7 geeft een dergelijk resultaat te zien.

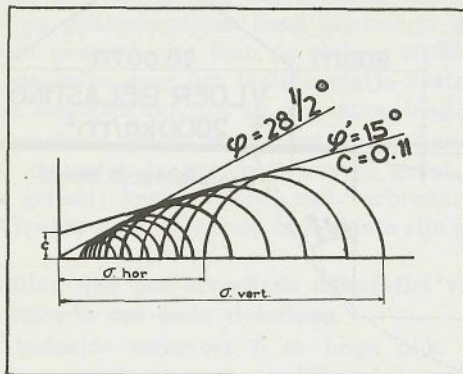


Fig. 7

Resultaat snelle celproef slecht doorlatend monster.

De cirkel, die zowel aan de lijn van de ware  $\varphi$  als aan de lijn van schijnbare  $\varphi'$  raakt zou dan die verticale belasting, waaraan het grondmonster zich reeds heeft of nog steeds is aangepast, weergeven.

Aangezien een ongeroerd monster, gestoken op een bepaalde diepte, zich over het algemeen reeds aan de belasting van de daarboven gelegen grondlagen heeft aangepast, moet bij benadering de overgang in het cel-diagram van de ware  $\varphi$  naar de schijnbare  $\varphi'$  met deze belasting overeenkomen.

Deze overgangen geven dus inlichtingen omtrent de dikte van de grond of grondlagen, die op het onderzochte monster een belasting uitoefenen of hebben uitgeoefend.

Ook de samendrukkingsproef geeft ons hieromtrent aanwijzingen. In het last-zakkingsdiagram treedt n. l. ongeveer bij de vroegere belasting, die het monster gehad heeft, een knik op. Tot deze voorbelasting bezit het monster een andere samendrukkings-constante dan bij hogere belastingen.

Fig. 8 geeft hiervan een voorbeeld.

Van bovengenoemde eigenschappen werd reeds in een bepaald geval gebruik gemaakt om aan te tonen, dat het onderzochte monster een grondbelasting van enkele tientallen meters moet hebben gehad. Het ging hier om een in een plateau uitgeschuurde rivierbedding, waarvan in een oud geologisch pro-

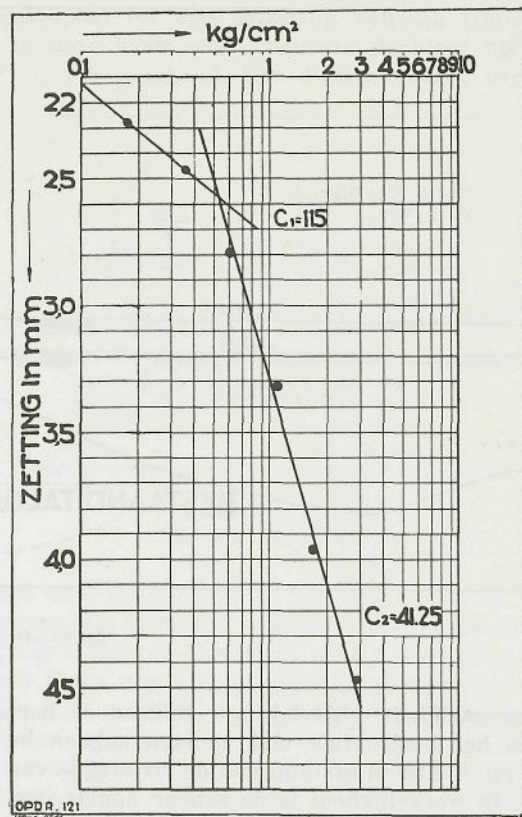


Fig. 8

Resultaten samendrukkingsproef.

fiel aangegeven stond, dat de uitschuring tot  $\pm 4$  m beneden de huidige rivierbedding was doorgegaan, doch naderhand weer was opgeslibd. De celproef en de samendrukkingsproef toonden echter aan, dat deze 4 m geen jonge rivierafzettingen kunnen zijn, aangezien zij reeds een druk van een grondpakket van  $\pm 45$  m moeten hebben gehad, hetgeen overeenkomt met de aangrenzende plateau-hoogte.

Dit laatste geval toont aan, dat de grondmechanica ook de geologen bij hun onderzoekingen enkele inlichtingen kan verschaffen wat betreft de voorgeschiedenis van gronden.

Uit hetgeen hierboven werd vermeld moge blijken, dat de huidige wetenschap van de grondmechanica een waardevolle, vaak zelfs onmisbare hulp is voor de civiel-ingenieur en dat thans ook in Indonesië de mogelijkheid is geschapen om daar ten volle profijt van te trekken.

## III. ELECTROTECHNIEK EN WERKTUIGBOUW

INHOUD: Damping en vervorming van transformatoren met ijzeren kernen in de transmissietechniek, door Ir D. van den Berg — De „Alpeth” mantel voor telefoonkabels.

### Damping en vervorming van transformatoren met ijzeren kernen in de transmissietechniek

door

Ir D. van den Berg

#### 1. Inleiding.

In de transmissietechniek maakt men veelvuldig gebruik van transformatoren en smoorspoelen. Een belangrijke factor bij het ontwerpen van transformatoren is de magnetiseringsstroom; deze toch veroorzaakt een spanningsverlies in de voedingsleiding en beïnvloedt, indien ze niet precies  $90^\circ$  in fase verschilt met de spanning, het rendement in ongunstige zin, of zoals de transmissietechnicus zegt: de tussenschakeldamping (die hieronder nader wordt gedefinieerd) wordt vergroot.

Waar men in de sterkstroomtechniek slechts met één frequentie te maken heeft en daarop het gehele ontwerp baseert, legt men de toelaatbare magnetiseringsstroom en de kortsluitspanning vast. De ijzerbelasting wordt zo hoog mogelijk gekozen en dit gaat gepaard met een meestal niet onbelangrijk bedrag aan hogere harmonische stromen, die weer aanleiding geven tot hogere harmonischen in de klemspanning.

In de transmissietechniek daarentegen heeft men niet met één frequentie, doch met een gebied van frequenties te maken. Daardoor wordt in de eerste plaats het spanningsverlies frequentieafhankelijk, waardoor de tussenschakeldamping een functie van de frequentie wordt, maar tevens geeft het niet-lineaire verband tussen de magnetiseringsstroom en de spanning aanleiding tot het optreden van harmonischen en, daar een heel gebied van frequenties wordt toegevoerd, tevens tot het optreden van som- en verschilfrequenties. Geeft dit bij muziekoverdracht een hinderlijke vervorming, bij multikanalentelefonie (draaggolftelefonie) is het oorzaak van overspraak (intermodulatie) tussen de verschillende kanalen.

De beide eisen, geringe tussenschakeldamping en kleine vervorming, zijn de maatgevende grootheden voor het ontwerp van transformatoren in de transmissietechniek.

Aan de hand van enkele grafieken zal worden getoond hoe men op eenvoudige wijze een transformator kan ontwerpen en tevens de vervorming ongeveer kan bepalen.

#### 2. De dwarsimpedantie.

Voor de hierna volgende beschouwingen is het noodzakelijk om dit begrip nader te omschrijven. Daartoe is in fig. 2.1 een transformator getekend,

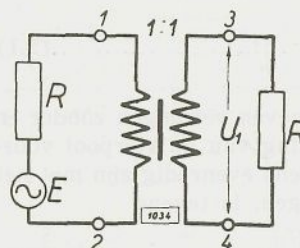


Fig. 2.1

die een belastingsweerstand  $R$  verbindt met een generator, waarvan de inwendige weerstand eveneens  $R$  bedraagt.

Terloops zij opgemerkt, dat men transformatoren, wier transformatieverhouding van de eenheid afwijkt,

op soortgelijke wijze kan beschouwen als hieronder zal worden aangegeven, mits men ze opvat als een cascade-schakeling van een reële transformator  $1:1$  en een ideale transformator  $1:n$  (Een ideale transformator heeft geen verliezen en bezit wikkelingen met een oneindig hoge zelfinductie).

De transformator uit fig. 2.1 nu kan men vervangen denken door een vierpool 1—2, 3—4 in T-schakeling (fig. 2.2) met in de langstakken een impe-

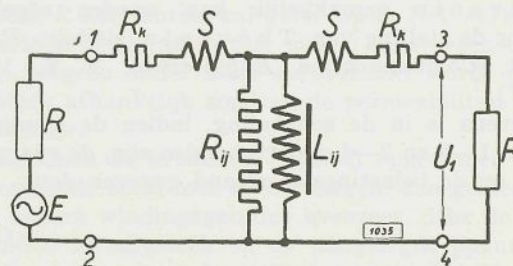


Fig. 2.2

dantie  $R_k + j\omega S$ , waarin  $R_k$  de koperweerstand van de wikkelingen en  $S$  de spreidingszelfinductie voorstellen, terwijl de dwarsimpedantie wordt gevormd door de parallelschakeling van  $R_{ij}$  en  $j\omega L_{ij}$ , waarin  $R_{ij}$  een (fictieve) weerstand is, die de ijzer-verliezen symboliseert en  $L_{ij}$  de wederzijdse inductie is. Deze grootheden zijn allen in meerdere of min-

dere mate frequentieafhankelijk en veroorzaken daardoor een frequentieafhankelijk verband tussen de spanning  $U_1$  over de belastingsweerstand en de emk  $E$  van de generator. In transformatoren met ijzeren kernen is (afgezien van het bovenste deel van het door te laten frequentiegebied) de langsimpedantie te verwaarlozen, zodat men door het invoeren van slechts kleine verwaarlozingen *fig. 2.3* kan

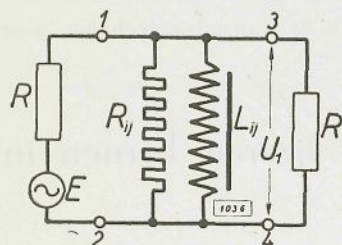


Fig. 2.3

tekenen als vervangingsschema voor *fig. 2.1*. De sterk vereenvoudigde vierpool 1—2, 3—4 stelt nu de transformator voor. Deze is er de oorzaak van, dat een kleinere energie dan de weerstand  $R$  wordt afgegeven, dan wanneer de klemmenparen 1—3 en 2—4 direct met elkaar, zonder tussenschakeling van de vierpool, waren doorverbonden. De verhouding van de vermogens in beide gevallen noemt men de tussenschakeldamping. Uitgedrukt in decibels (dB) bedraagt deze

$$a_t = 10 \log \frac{P_o}{P_1} \quad (2.1)$$

indien  $P_o$  het aan  $R$  afgegeven vermogen zonder en  $P_1$  dat met tussenschakeling van de vierpool voorstellen. Daar deze vermogens evenredig zijn met het kwadraat van de spanningen, is tevens

$$a_t = 20 \log \frac{U_o}{U_1} \quad (2.2)$$

Noemt men de dwarsimpedantie  $Z$  zodanig, dat

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R_{ij}} + \frac{1}{j\omega L_{ij}} \quad (2.3)$$

dan is

$$\frac{E}{U_1} = 2 + \frac{R}{Z} \quad (2.4)$$

hetgeen onder gebruikmaking van de stelling van Thévenin gemakkelijk kan worden afgeleid. (Voor de stelling van Thévenin zie bijv. Everitt, *Communication Engineering*, N. Y. 1937, p. 47).

Tevens is in de schakeling, indien de klemmenparen 1—3 en 2—4 doorverbonden zijn, de spanning  $U_o$ , op de belastingsweerstand gegeven door

$$\frac{E}{U_o} = 2 \quad (2.5)$$

zodat eliminatie van  $E$  uit (2.4) en (2.5) oplevert

$$\frac{U_o}{U_1} = 1 + \frac{R}{2Z} \quad (2.6)$$

Substitutie hiervan in (2.2) geeft voor de tussenschakeldamping dan tenslotte

$$a_t = 20 \log \left| 1 + \frac{R}{2Z} \right| \quad (2.7)$$

Voor frequenties, waarbij  $R \gg Z$  is, verloopt de damping vrij sterk als functie van de frequentie (afvallende karakteristiek voor de lage frequenties), terwijl voor het gebied, waarin geldt  $R \ll Z$ , de damping vrijwel constant is (vlakke deel van de frequentiekarakteristiek). Volledigheidshalve, doch voor het verdere betoog niet noodzakelijk, zij vermeld, dat de damping voor het hoogste gedeelte van het frequentiegebied weer gaat toenemen ten gevolge van het feit, dat nu de langsimpedantie niet langer te verwaarlozen is ten opzichte van de belasting  $R$  en door de wikkelpaciteit van de windingen onderling (afvallende karakteristiek voor de hoge frequenties).

Men mag nu ook niet langer het vervangingsschema van *fig. 2.3* toepassen, maar men kiese dat van *fig. 2.4*. De dwarsimpedantie is nu zo groot gewor-

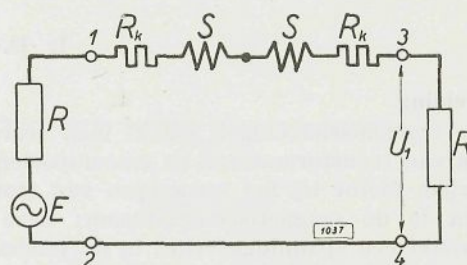


Fig. 2.4

den, dat haar invloed verder te verwaarlozen is.

Voor het ontwerp van transformatoren, speciaal met het oog op de vervorming, is de dwarsimpedantie van veel belang.

### 3. Frequentieafhankelijk verloop van de dwarsimpedantie.

In zijn publicatie (zie punt 5) leidt van Zoest af, dat  $R_{ij}$  en  $L_{ij}$  beneden een bepaalde frequentie respectievelijk constant zijn en lineair met de frequentie toenemen, terwijl zij boven deze frequentie beiden evenredig zijn met de wortel uit de frequentie. Het gebied, waarbij de overgang naar de wortelfunctie plaats heeft, en dat voor elke bliksoort en blikdikte verschillend is, wordt aangegeven door  $1 < k < 3$ , waarin

$$k = 2\pi d \sqrt{\frac{\mu r}{\rho}} \quad (3.1)$$

Hierin zijn

- $d$  de dikte van de blikken
- $\mu$  de permeabiliteit
- $r$  de frequentie
- $\rho$  de soortelijke weerstand van het kernmateriaal.

Voor de lage frequenties, waarbij de inducties in het blik tevens het grootst zijn en dus ook de meeste kans op vervorming optreedt, kan de dwarsimpedantie worden voorgesteld door

$$Z = 4\pi n^2 j\omega \frac{2\mu a \cdot b}{l(1+j)k} \cdot \operatorname{tgh} \frac{(1+j)k}{2} \quad (3.2)$$

Hierin is  $a$ ,  $b$  de doorsnede van het blikpakket en  $l$  de gemiddelde lengte der krachtlijnenbanen. Voor een bepaalde bliksoort zijn de reële en imaginaire delen van  $Z$  berekend en tevens gemeten. Deze resultaten staan vermeld in de *fig. 3.1*. De krommen zijn

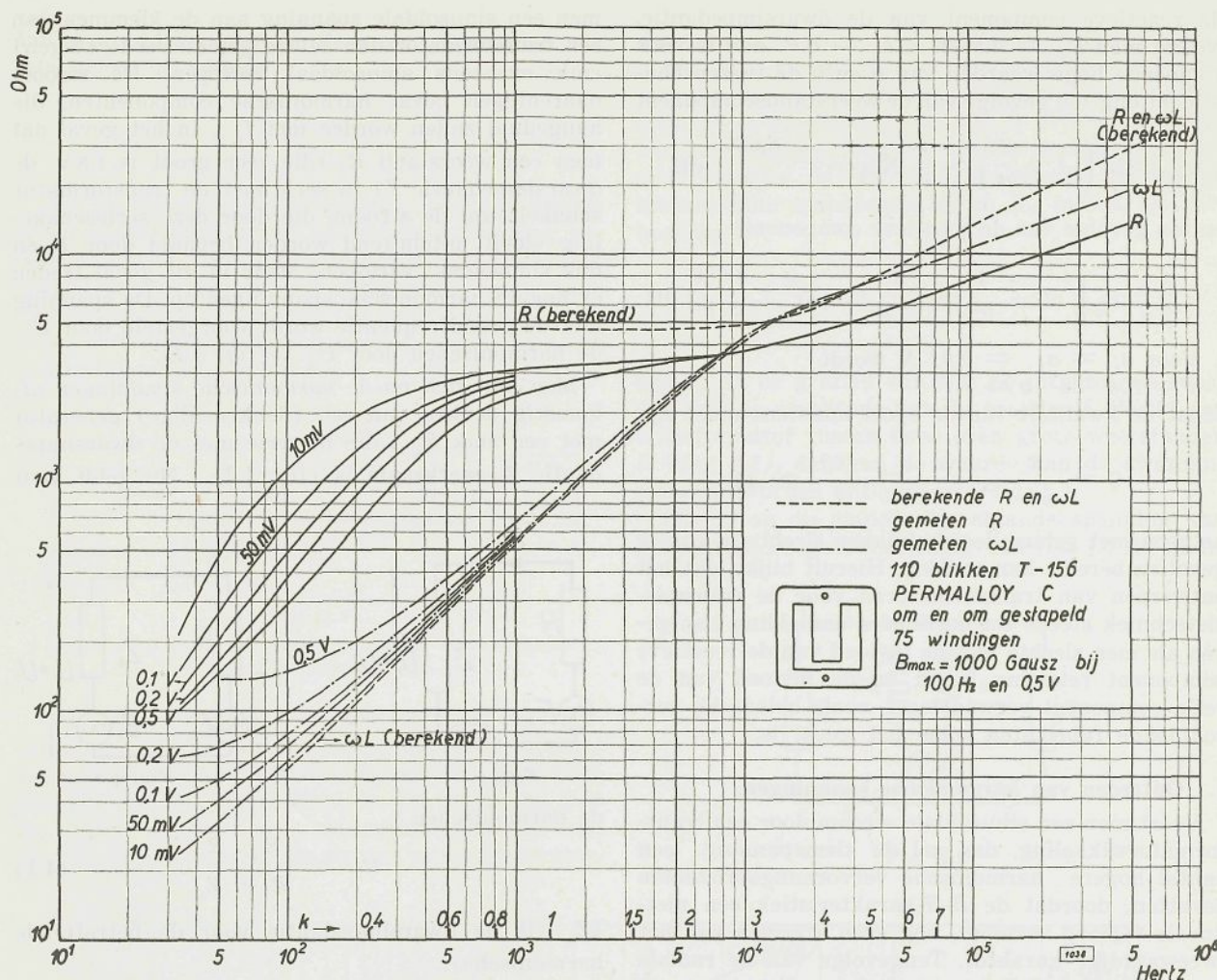


Fig. 3.1 Berekende en gemeten waarden van de dwarsimpedantie voor een kern van permalloy-C.

gebaseerd op een spoel van 75 windingen op een kern, die bestaat uit 100 gram mantelblikken, type T 156, permalloy C, met een blikdikte van 0,1 mm en een kerndoorsnede van 1,44 cm<sup>2</sup>. De krommen, die de gemeten waarden voorstellen (getrokken kromme voor  $R_{ij}$  en streep-stip-kromme voor  $\omega L_{ij}$ ) vertonen een redelijk goede overeenstemming met de theoretische krommen, die met een streep-lijn zijn aangegeven. Wel valt voor de lage frequenties de gemeten spanningsafhankelijkheid sterk op, hetgeen veroorzaakt wordt door de hysteresisverliezen en de van de inductie afhankelijke permeabiliteit, die bij de berekeningen als constant was aangenomen. Uit de metingen blijkt voorts, dat de reactantie veel minder spanningsafhankelijk is dan de verliesweerstand. In het gebied, waar  $k < 1$  is neemt de reactantie vrijwel lineair met de frequentie toe, zodat de zelfinductie in dat gebied als constant kan worden verondersteld en daardoor kan men voor de berekening van de verliezen in eerste benadering dezelfde wetten toepassen, die ook gebruikt worden bij het de berekening van de verliezen in pupinspoelen. Daar geldt, dat de verliesweerstand kan worden voorgesteld door

$$R = a_1 i \nu + a_2 \nu^2 + a_3 \nu^3 \dots \dots \dots (3.3)$$

De totale verliesweerstand is opgebouwd uit drie componenten, die respectievelijk de hysteresisver-

liezen, de wervelstroomverliezen en de zgn. naverkingsverliezen voorstellen. In het beschouwde gebied geldt, (daar men meet met een constante spanning) dat  $B_{\nu}$  constant is en diengevolge is ook het product van de stroom en de frequentie constant. Bij afnemende frequentie worden de hogere machts termen steeds kleiner en tenslotte blijft alleen de eerste term over, die, zoals betoogd werd, constant is, zodat  $R$  horizontaal zal gaan lopen. Het werkelijke verloop is hiermede niet geheel in overeenstemming, hetgeen onder meer veroorzaakt wordt door het sterk afhankelijk zijn van de permeabiliteit van de inductie.

Heeft men de krommen eenmaal opgenomen aan de genoemde spoel met 75 windingen, dan gelden ze voor andere windingsgetallen evenzeer, daar de impedanties kwadratisch en de aangelegde spanning lineair met het aantal windingen toenemen. Voorts valt nog op, dat boven een bepaalde frequentie de theoretische waarden voor  $R_{ij}$  en  $\omega L_{ij}$  gaan samenlopen, hetgeen betekent, dat de kwaliteit van de spoel gelijk aan de eenheid is geworden en dus de impedantiehoek  $\frac{\pi}{4}$  radialen

bedraagt. Tevens is het zeer opmerkelijk, dat in vele gevallen de verliesweerstand van meer invloed is op de tussenschakeldemping dan

de reactieve component van de dwarsimpedantie. Noemt men  $R_{ij} = a.P$  en  $\omega L_{ij} = b.P$ , dan is voor voldoende hoge waarden van  $a$  en  $b$  de tussenschakeldemping ten gevolge van de weerstandscomponent

$$a_r = \ln \left( 1 + \frac{1}{a} \right) \approx \frac{1}{a} \text{ Neper} = \frac{8,686}{a} \text{ dB}$$

en ten gevolge van de reactieve component

$$a_x = \ln \sqrt{1 + \frac{1}{b^2}} \approx \frac{1}{2b^2} \text{ Neper} = \frac{8,686}{2b^2} \text{ dB}$$

Voor  $a_r = a_x = 0,01 \text{ N}$  wordt

$$a = 100 \text{ en } b = 7$$

zodat de kwaliteit van de spoel minstens moet zijn

$$Q = \frac{R}{\omega L} = \frac{a}{b} = \frac{100}{7} \approx 14$$

hetgeen met gelamelde blikken slechts in enkele gevallen bereikt kan worden. Hieruit blijkt, dat het ontwerpen van transformatoren voor de transmissietechniek steeds tot desillusies aanleiding kan geven als men slechts met de invloed van de reactieve component rekening houdt en de invloed van de reële component verwaarloost, zoals helaas bij verschillende fabrikaten soms het geval is.

#### 4. Optreden van harmonische spanningen.

Voert men een sinusoidale stroom door een transformatorwikkeling, dan zal de klemspanning een aantal hogere harmonische vervormingsproducten bevatten, doordat de  $B-H$ -karakteristiek een niet-lineair verloop vertoont, nog even afgezien van het tweewaardige karakter. Tengevolge van de radiale symmetrie der  $B-H$ -karakteristiek zullen in eerste instantie slechts harmonischen met oneven rangnummer ontstaan. Vloeit er door de transformatorwikkeling tevens een gelijkstroom, dan is niet meer voldaan aan de radiale symmetrie en er zullen in dit geval ook even harmonische vervormingsproducten optreden. Deze vervorming zal, zoals reeds eerder werd opgemerkt, aanleiding geven tot vervormde weergave van muziek of spraak en in de multikanalentelefonie tot overspraak.

De vervorming, die een transformator in een bepaalde schakeling veroorzaakt, wordt bepaald door

- 4.1 de eigenschappen van het magnetische materiaal van de kern
- 4.2 de maximale waarde van de magnetische inductie
- 4.3 de impedanties, waartussen de transformator wordt geschakeld.

Het is moeilijk en voor praktisch gebruik zeer bezwaarlijk om de vervorming van transformatoren te berekenen aan de hand van de  $B-H$ -kromme. Een eenvoudig recept, dat bij het ontwerp van een transformator kan worden gehanteerd, is daarom van veel belang en zal hierna worden beschreven.

Daartoe werd aan enkele veel gebruikte bliksoorten een aantal metingen verricht, teneinde een indruk te krijgen van die vervorming.

Alvorens nader hierop in te gaan is het wel nuttig om de vervorming eens nader te bezien. Legt

men een sinusoidale spanning aan de klemmen van een transformator dan zal de geïnduceerde (tegen) emk eveneens sinusoidaal verlopen. De stroom daarentegen bevat harmonische componenten, die aangeduid zullen worden met  $I_h$ . In het geval dat men een weerstand  $R$ , (die zeer groot is t.a.v. de dwarsimpedantie  $Z$ ) in serie met de transformator schakelt, zal de stroom, die door deze serieschakeling vloeit, uitsluitend worden bepaald door  $R$  en dus sinusoidaal verlopen. Maar in dit geval treden er hogere harmonische spanningen op. De spanning met de grondfrequentie wordt voorgesteld door  $U_1$ , de harmonischen door  $U_h$ . (fig. 4.1).

Men kan zich nu de harmonische spanningen afkomstig denken van een (denkbeeldige) generator met een emk  $E_h$ , die in serie met de dwarsimpedantie  $Z_h$  werkzaam is (fig. 4.2). Nu geldt voor

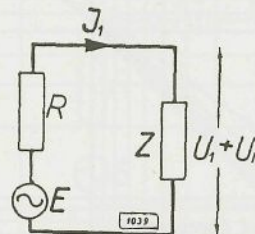


Fig. 4.1

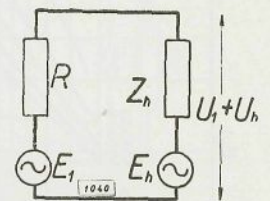


Fig. 4.2

de harmonischen :

$$U_h = \frac{E_h \cdot R}{R + Z_h} \dots \dots \dots (4.1)$$

( $Z_h$  is de dwarsimpedantie voor de betreffende harmonische).

$$\text{Tevens is } U_1 = \frac{E_1 \cdot Z_1}{R + Z_1} \dots \dots \dots (4.2)$$

zodat men als spanningsvervorming kan invoeren

$$\delta_u = \frac{U_h}{U_1} = \frac{E_h}{E_1} \cdot \frac{R(R + Z_1)}{Z_1(R + Z_h)} \dots \dots \dots (4.3)$$

Indien de transformator goed gedimensioneerd is, is  $Z_1 \gg R$ , zodat met goede benadering geldt

$$R + Z_1 \approx Z_1.$$

Doordat het karakter van  $Z$  toenemend is met de frequentie, zal eveneens  $R + Z_h \approx Z_h$  zijn, zodat (4.3) bij benadering kan worden vervangen door

$$\delta_u = \frac{U_h}{U_1} = \frac{E_h}{E_1} \cdot \frac{R}{Z_h} \dots \dots \dots (4.4)$$

Daar de impedanties  $Z$  groot zijn t.o.v.  $R$  geldt eveneens

$$E_h = I_h \cdot Z_h \text{ en ook } E_1 = I_1 \cdot Z_1 \dots \dots \dots (4.5)$$

De betrekking (4.4) gaat na substitutie van (4.5) over in

$$\frac{U_h}{U_1} = \frac{I_h}{I_1} \cdot \frac{R}{Z_1} \dots \dots \dots (4.6)$$

Voert men dan nog in voor de stroomvervorming

$$\delta_i = \frac{I_h}{I_1} \dots \dots \dots (4.7)$$

dan gaat (4.6) over in de even eenvoudige als belangrijke betrekking

$$\delta_1 = \delta_u \cdot \frac{Z_1}{R} \dots\dots\dots (4.8)$$

Met behulp van deze betrekking kan men dus de stroomvervorming uit de spanningsvervorming berekenen, zodat men, indien de spanningsvervorming bekend is, de stroomvervorming kan vinden voor elke belastingstoestand van de transformator.

De spanningsvervorming werd gemeten met een schakeling volgens fig. 4.3.

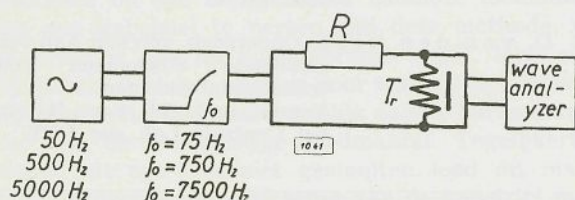


Fig. 4.3

Schakeling voor het bepalen van de harmonische spanningscomponenten.

Daar de vervorming het grootst is bij lage frequenties, (dan is immers de magnetische inductie het grootst) werden als frequenties van de stroom gekozen resp. 50, 500 en 5000 Hz. De weerstand  $R$  is zeer groot gekozen t.o.v. de dwarsimpedantie van de transformator, zodat de stroom van de generator,

die via een laagdoorlatend filter aan de serieschakeling van weerstand en transformator wordt toegevoerd, sinusoidaal verloopt en men dus de zuivere spanningsvervorming meet. Met de „Wave-analyzer” kan men nu de 1e harmonische spanningscomponent instellen op een bepaalde waarde en dan de harmonische spanningen  $E_3$  en  $E_5$  meten. De verhoudingen

$$20 \log \left| \frac{E}{E_3} \right| \quad \text{en} \quad 20 \log \left| \frac{E}{E_5} \right|$$

werden in de grafiek van fig. 4.5 uitgezet als functies van de amplitude van de grondgolf. Werkt een transformator tussen twee even grote weerstanden  $R$  (fig. 2.1), dan kan de waarde van de dwarsimpedantie worden ontleend aan fig. 3.1.

Uit de op die impedantie staande spanning kan men nu onder gebruikmaking van fig. 4.5 de waar-

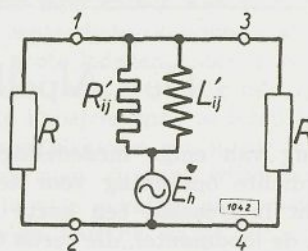


Fig. 4.4

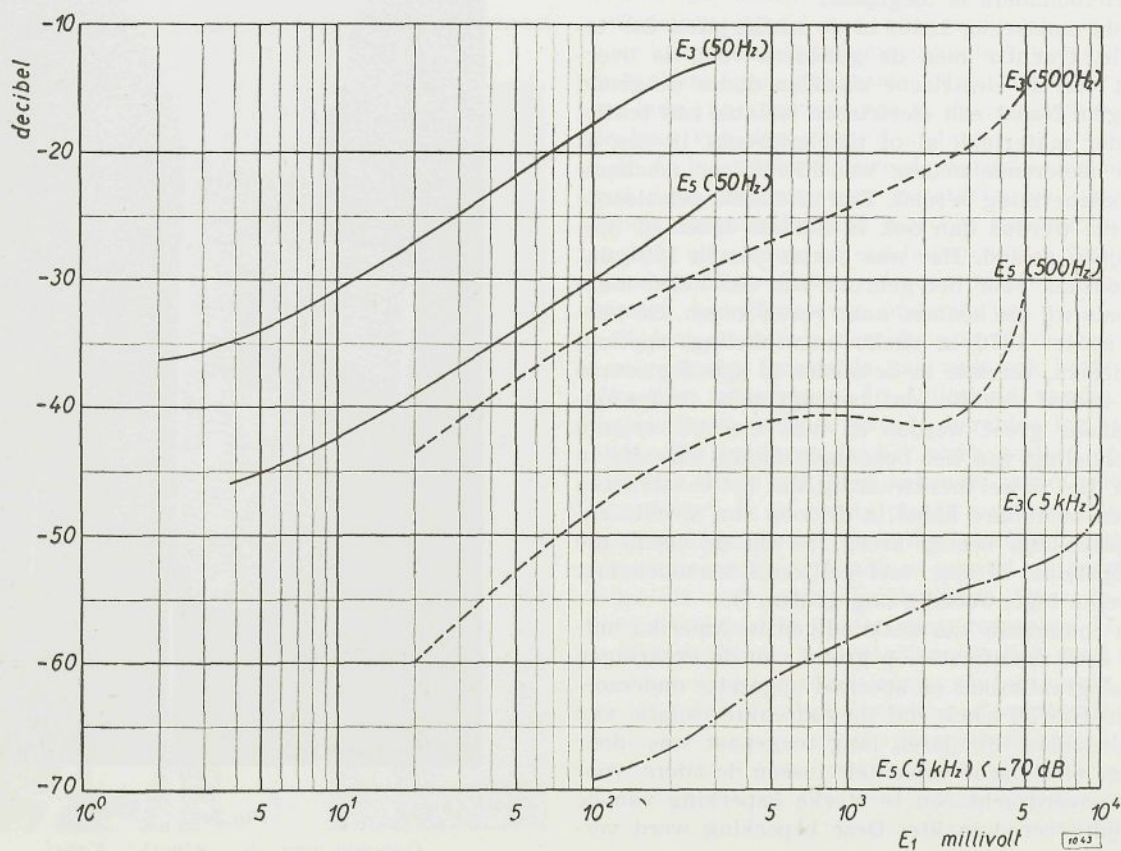


Fig. 4.5

Gemeten 3- en 5-harmonische emk'en voor resp. 50, 500 en 5000 Hz gemeten aan dezelfde kern als van fig. 3.1.

den van de 3e en 5e harmonische spanningen bepalen. Deze emk'en moet men nu werkzaam denken in serie met die dwarsimpedantie van de transformator, die behoort bij de desbetreffende frequentie van de beschouwde harmonischen, die men kan ontlene aan *fig. 3.1*.

Daar de vervorming voornamelijk optreedt bij de laagste frequenties uit het voor de transformator geldende frequentiegebied, kunnen de koperweerstand en de spreidingszelfinductie worden verwaarloosd en men kan aan de hand van *fig. 4.4* de grootte van de hogere harmonische stromen in de belastingsweerstand berekenen.

#### 5. Literatuuroverzicht.

- 5.1 E. Peterson Harmonic production in ferromagnetic materials, Bell System Technical Journal Vol. 7, Oct. '28

- 5.2 J. W. L. Köhler Niet-lineaire vervorming van magnetische oorsprong, Philips Technisch Tijdschrift, 2e Jrg nr 7, Juli '37

- 5.3 N. Partridge Distortion in transformer cores, Wireless World, Juni/Juli '39

- 5.4 Jerry Minter Audio distortion in radio reception, FM and Television, Maart '46

- 5.5 W. H. van Zoest Impedantie van transformatoren en smoorspoelen met een ijzerkern, Het PTT-Bedrijf, 1e Jrg nr 2, 1947/48

- 5.6 D. van den Berg Onderzoek, verricht aan verschillende bliksoorten voor transformatorkernen, Verslag nr 11-TL, Sept. '47 van het Centrale Lab. der PTT.

## De „Alpeth” mantel voor telefoonkabels

Ter inleiding van enige mededelingen over een nieuwe vochtdichte omhulling voor telefoonkabels is het wellicht interessant een korte beschouwing te wijden aan de loodmantel, die reeds 60 jaar praktisch uitsluitend als bescherming tegen vocht en mechanische beschadiging van de kwetsbare isolatie van telefoonaders is toegepast.

Reeds omstreeks 1840, in de kinderjaren der telegrafie, trachtte men de geleiders voor de overdracht van de elektrische signalen onder de grond te leggen. Naast een elektrische isolatie van textiel of ander materiaal, al of niet gedrenkt in een of andere isolerende massa, was hierbij een mechanische bescherming vereist. Een of enkele geïsoleerde geleiders werden dan ook in houten, loden of ijzeren pijpen gelegd. Het was echter pas in 1891 dat de noodzaak voor het gebruik van een loden mantel, zoals wij die kennen, naar voren kwam. De telefoon, sedert 1876 in snelle ontwikkeling, speciaal in Amerika, vereiste in de steden al spoedig een zo groot aantal circuits, dat bovengrondse routes onhandelbaar groot werden en men moest overgaan tot bundeling van het benodigde aantal circuits in kabels. Het is wel merkwaardig, dat het construeren van een bruikbare kabel in de loop van slechts enkele jaren zijn beslag kreeg, terwijl de eisen, die men opstelde, al zeer veel gelijkenis vertonen met die, welke tegenwoordig nog gelden.<sup>1)</sup>

Een commissie van deskundigen in Amerika ontwierp deze specificatie op grond van de ervaringen met telegraafkabels en speciaal opgezette onderzoeken. Hierbij bleek, dat de gedrenkte isolatie van de kabeladers, die jaren lang toegepast was, door de hoge elektrische capaciteit tussen de aders, voor telefoonoverdracht een te sterke beperking van de reikwijdte veroorzaakte. Deze beperking werd ver-



Fig. 1.

Opbouw van de „Alpeth” Kabel.  
Een wikkeling van papier om de kabel-  
aders, dan het gegolfde aluminium, tenslot-  
te het polyethyleen.

<sup>1)</sup> E. Kingsbury.  
The Telephone and Telephone exchange, blz. 279.

minderd door toepassing van lucht-papier isolatie om de geleiders. Hierbij werd elke ader met een gesloten spiraalvormig buisje van papier omgeven, waarbij dus het dielectricum tussen twee aders hoofdzakelijk uit lucht bestond. Een gevolg hiervan was, dat het samenstel van de aldus geïsoleerde aders, de kabelziel, met een waterdichte mantel omgeven moest worden. Papier is n.l. zoals bekend zeer hygroschopisch, zodat, wanneer een dergelijke kabel niet waterdicht is, hem onder de grond of hangende tussen steunpunten geen lang leven beschoren zou zijn.

Reeds in 1845 hadden twee Engelsen een patent genomen op een methode een naadloze loodmantel om een kabelziel te persen. Bij deze methode, die in principe ook nu nog gebruikt wordt, leidt men de kabelziel in het midden door een cilindervormige opening met een diameter gelijk aan de buitendiameter van de toekomstige loodmantel. Tegelijkertijd wordt uit een bak met gesmolten lood dit materiaal in de bewegingsrichting van de kabelziel meegerperst, zodat de met lood beklede kabel ontstaat.

Behalve de vocht-dichtheid stelt men aan een kabelmantel nog de volgende eisen :

Voldoende soepelheid, opdat de kabel op haspels vervoerd en gemakkelijk gelegd kan worden,

Voldoende sterkte voor mechanische bescherming, Corrosiebestendigheid.

Tenslotte moet het materiaal een fabricageprocédé toelaten waarbij lengten van enige honderden meters continu met een vocht-dichte mantel omgeven worden.

Lood is het materiaal, dat deze eisen het meest

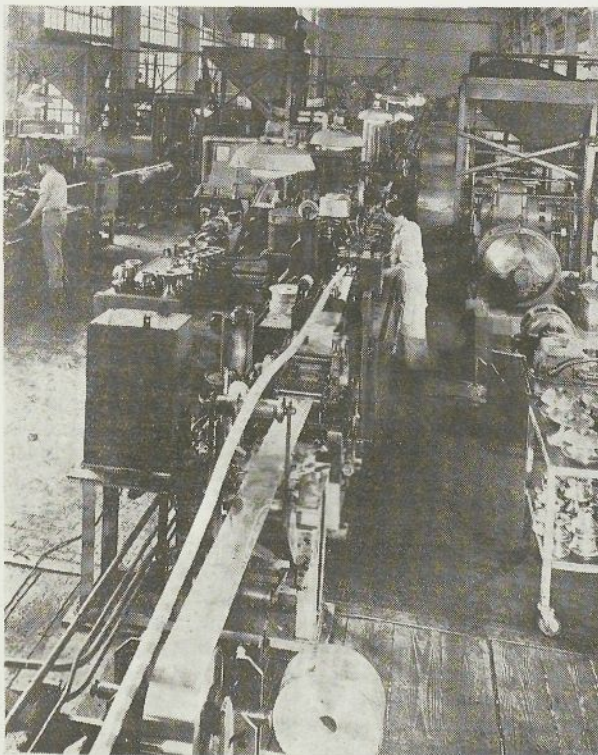


Fig. 2. Fabricage van de „Alpeth” Kabel.  
Op de voorgrond het vouwen van het aluminium om de kabelziel, daarachter het ompersen met polyethyleen.

nabij komt, waartegenover de kans bestaat op het ontstaan van scheuren in de mantel, wanneer de kabel blootgesteld is aan mechanische trillingen en langsspanningsveranderingen, zoals voornamelijk bij opgehangen kabels het geval is.

Reeds kort na 1920 begon men in Amerika met het zoeken naar andere materialen om kabelmantels te vervaardigen. De onmiddellijke aanleiding vormde een dreigend tekort aan de loodsoorten, die men destijds uitsluitend daarvoor gebruikte. Het eerste resultaat van deze onderzoekingen was het gebruik van andere loodsoorten, die het gevaar voor tekorten voorlopig bezwoeren.<sup>2)</sup>

Ondanks dit succes bleef het aantrekkelijk naar andere wegen te speuren. Immers vele dunne metaallagen zijn vocht-dicht. De moeilijkheid was echter, dat metalen als koper, messing, staal, aluminium of zink nog niet zoals lood naadloos om een kabelziel geperst konden worden. Het was dus nodig lasmethoden te verzinnen, die met de snelheid waarmee men kabels wenste te produceren de langsnaden waterdicht konden afsluiten. Immers, teneinde de grote lengten kabel in één stuk te kunnen behandelen, was het nodig het metaal in bandvorm met de kabelziel mee te laten lopen en om de ziel te vouwen. Gegeven een goede lasmethode, dan nog verkreeg men op deze wijze een buisvormige mantel die in vele gevallen niet soepel genoeg was om ophaspelen van de kabel mogelijk te maken. Een oplossing hiervoor vond men door het metaal in de dwarsrichting te golven, waardoor tevens aan sterkte gewonnen werd.

Teneinde geheel aan alle eerdergenoemde eisen voor kabelmantels te kunnen voldoen was een enkele metaallaag niet voldoende. Men bracht eromheen een laag van kunststof aan en daaromheen een tweede laag van dun gegolfd metaal.

In de jaren vóór de tweede wereldoorlog was men met deze proeven zover gevorderd, dat men enige kabels vervaardigd had met een binnenmantel van gegolfd aluminium en een buitenmantel van gegolfd messing. Deze kabels werden uiteraard aan uitvoerige bedrijfsproeven onderworpen.

Tijdens de tweede wereldoorlog werden deze proeven gestaakt. Inmiddels had men ook buiten Amerika niet stilgezeten. In Duitsland werden in de laatste jaren vóór de tweede wereldoorlog eveneens uitvoerige pogingen in het werk gesteld op grond van het thans ook hier bekende parool „deviezenbesparing”. In de eerste plaats was men daar blijkbaar al tamelijk ver gevorderd met het persen van aluminium tot een naadloze mantel op soortgelijke wijze als met lood gebruikelijk is. Over de soepelheid werd hierbij echter niet gesproken.<sup>3)</sup>

Ook plastische kunststoffen, die zich goed voor de continue persmethode lenen, zijn uitvoerig onderzocht.<sup>4)</sup> Mechanische sterkte en voldoende soepelheid waren te bereiken, de waterdichtheid liet bij deze stoffen echter nog te wensen. Men was er nog niet in geslaagd een voor water volkomen ondoorlaatbare wand van kunststof te vervaardigen. Wel

<sup>2)</sup> Bell Laboratories Record, November 1948, blz. 441

<sup>3)</sup> Europ. Fernspr. Dienst, Maart 1940, blz. 34.

<sup>4)</sup> idem, Juli 1940, blz. 110.

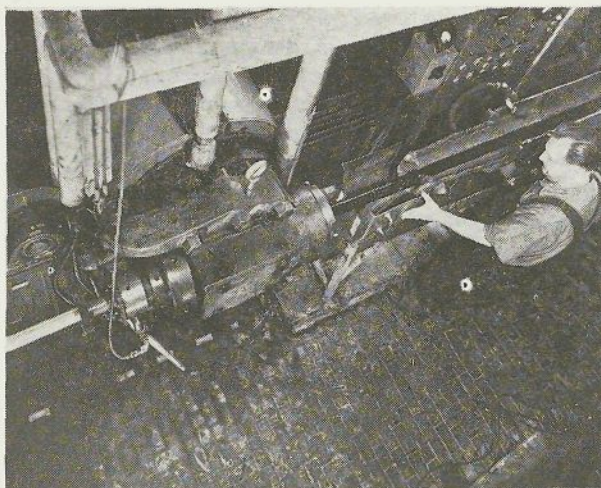


Fig. 3. Het ompersen met polyethyleen.

had men de doorlaatbaarheid zover teruggebracht, dat het practisch toelaatbare benaderd werd.

Nà-oorlogse tekorten aan lood, gepaard aan de zeer sterk gestegen behoefte aan telefoonkabel in de Verenigde Staten, dwongen ertoe de gestaakte proeven weer op te vatten.

Als gevolg hiervan was de „Western Electric Cy” in staat vóór het einde van 1947 een kabel met de zgn. „Alpeth” mantel in grote hoeveelheden te pro-

duceren. Deze kabelmantel is gebaseerd op de constructie, die men vóór de oorlog uit proeven had gevonden, met dit verschil, dat men om de fabricage te versnellen de buitenste gegolfde messingmantel weglaat.

De overlappende langsnaad van de binnenste gegolfde aluminiumlaag (fig. 1) wordt gedicht met de kunststof polyisobutyleen (dezelfde stof die uit de Duitse proeven onder de naam van „Oppanol” als meest belovende kandidaat voor kabelmantels was gevonden). Daaromheen wordt analoog als bij de loodpers een flexibele mantel van polyethyleen geperst. (fig. 2 en fig. 3).

De naam „Alpeth” is afkomstig van de „Al” van aluminium de „p” van poly en de „eth” van ethyleen. De grote hoeveelheden waarmede volgens de publicatie<sup>2)</sup> deze kabel gemaakt wordt (ca 5000 km in ruim 1 jaar tijds), wettigen het vermoeden, dat het risico van het weglaten van de buitenste messinglaag niet te groot zal zijn. Men heeft in elk geval het voordeel, dat men thans vlugger zekerheid hierover zal hebben dan in normale omstandigheden, wanneer men op kleine schaal levensduurproeven neemt.

Ook verkrijgt men op deze wijze economische gegevens, die samen met de technische de basis zullen vormen voor het bepalen of en in hoeverre de „Alpeth” kabel de loodkabel zal verdringen.

G. J. L.

# DE INGENIEUR IN INDONESIË

## IV. MIJNBOUW EN GEOLOGIE „DE MIJNINGENIEUR”

INHOUD : De wederopbouw van de tinmijnbouw op Banka, door ir C. J. A. v a n L u m m e l.

### De wederopbouw van de tinmijnbouw op Banka \*)

door

Ir C. J. A. van L u m m e l

#### Inleiding.

Het eiland Banka is in dezelfde tinzone gelegen als Malakka, Singkep en Billiton en bevat de rijkste afzettingen van deze zone.

Reeds in de 18e eeuw werd er op het eiland tin gevonden door de Sultan van Palembang, tot wiens rijk Banka toen gerekend werd.

Gedurende het Engelse tussen-bestuur in de Napoleonische tijd, nam de Regering de exploitatie over; een toestand die na de terugkomst der Nederlanders bestendigd werd.

Tot in het midden van de 19e eeuw had de exploitatie plaats door middel van aannemers, die het recht kregen in bepaalde streken tin-erts te winnen en te smelten, waarna zij het product tegen een vastgestelde prijs bij de Gouvernements-vertegenwoordiger op het eiland moesten inleveren.

Na die tijd werd de directe bemoeienis van het Gouvernement met de exploitatie steeds groter, zodat tegen het jaar 1920 de tinwinning praktisch geheel in eigen beheer werd uitgevoerd.

In Maart 1942 bezetten de Japanners het eiland en namen het bedrijf over.

#### Terugkeer op het eiland.

Op de 11e Februari 1946 landde een detachement Nederlandse troepen op het eiland Banka zonder tegenstand te ontmoeten. Het bleek dat de politieke situatie op het eiland enigszins ingewikkeld was. Enige tijd na de capitulatie van de Japanners hadden deze het bestuur van het eiland overgegeven aan enige vooraanstaande Indonesiërs en zich teruggetrokken in een door hen zelf speciaal daarvoor ingericht kamp. Betrekkelijk kort voor de aankomst der Nederlanders was dit bestuur omvergeworpen door een groep revolutionairen, onder leiding van een oud sergeant van het K.N.I.L. De aanhangers van deze groep boden slechts op één plaats heftige tegenstand onder leiding van twee Japanners, wèl heeft men getracht het oprukken van de Nederlandse militairen te vertragen door bommen dwars over de

weg te laten vallen. Het bezetten van het hele eiland nam slechts enige dagen in beslag en eindigde met de gevangenneming van de laatste niet gevluchte leden van de verzetsgroep.

#### Opname van de toestand.

Nadat de rust was wedergekeerd kon men vaststellen, dat de bevolking gedurende lange tijd gebrek aan voedsel geleden had en dat ook de kleding-situatie miserabel was. Over het algemeen was de reactie op de bezetting gunstig.

Met de militairen kwamen Bestuurs- en politieambtenaren mee en tevens 10 man van het technisch personeel van de B.T.W. Op alle tochten werden de militairen vergezeld door enige technici, teneinde zich zo snel mogelijk een beeld te kunnen vormen van de toestand van het bedrijf. Het bleek, dat de Japanners er na enige tijd in geslaagd waren een groot deel van de exploitatie weer op gang te brengen en o.a. ook alle door de Nederlanders tot zinken gebrachte molens te lichten, op één na, die tijdens het zinken was omgeslagen en die door de Japanners gesloopt werd. Hierdoor was het mogelijk een groot deel van het oude materiaal te achterhalen, al verkeerde het in zeer verwaarloosde staat. Deze deplorabele toestand was een gevolg van de geringe controle op het lagere personeel en gebrek aan onderdelen en smeermiddelen. Uit de elektrische centrale waren door de Indonesische verzetslieden verschillende belangrijke machine-onderdelen verwijderd, die echter gelukkigerwijze reeds na een paar dagen op een andere plaats werden teruggevonden. Dit was de enige poging om stagnatie te veroorzaken.

\*) Het doet mij genoegen om in aansluiting op de causerie over de wederopbouw van de tinmijnbouw op Billiton, waarvan het verslag werd opgenomen in No. 3 van dit maandblad, de heer van L u m m e l bereid te hebben gevonden, dit artikel samen te stellen. Door het vertrek van de heer v. L. was dit niet geheel gereed gekomen, zodat ik hier en daar enig verband heb gelegd, waartegen de schrijver wel geen bezwaren zal hebben.

Wat betreft de vooruitzichten voor de Banka Tin Winning valt het volgende op te merken:

De aangetoonde tinreserves zijn voldoende om de vóór de oorlog bereikte productie nog tientallen jaren vol te houden. Zoals echter overal bij de mijnbouw opvalt, wordt het *gehalte* van het erts steeds lager. Vlak vóór de oorlog bedroeg dit voor de verwerkte grond slechts een derde van dat van 1890. Zoals te begrijpen is, heeft men eerst de aaneengesloten complexen verwerkt en zal het steeds moeilijker worden terreinen aan te treffen, die reserves voor lange tijd bevatten. Het ligt voor de hand, dat men in de toekomst gedwongen zal zijn de armere afzettingen in het groot te gaan verwerken en zoals elders reeds op grote schaal plaats heeft, de tailings van vroegere ontginningen voor de tweede maal te exploiteren. Op den duur zullen de meeste emmerbaggers zich met dergelijke werkzaamheden bezighouden. De kleine, maar rijke, verspreid liggende terreinen, zullen dan op speciale wijze worden aangevat. Voor de eerste 7 à 8 jaar is er echter nog voldoende terrein aanwezig om op de oude voet verder te gaan. Naar schatting zal het mogelijk zijn binnen weinige jaren de topproductie van vóór de oorlog, ruim 30.000 ton per jaar, opnieuw te bereiken.

Door de hogere lonen en algemene prijsstijging zijn de kostprijzen ruim viermaal zo hoog als vóór de oorlog. Daar de tinprijs in verhouding veel minder gestegen is, is de winstmarge kleiner geworden.

### Resumé

Uit het bovenstaande blijkt, dat men nog een aanmerkelijke toename van emmerbaggerproductie kan verwachten. Hoewel dit voor de groeven in veel mindere mate het geval is, hoopt men ook hier de productie te verhogen door uitbreiding van verwerkingsinstallaties en vermeerdering van aandrijvend vermogen. Tegen het jaar 1951 kan men een topproductie verwachten.

Hieronder volgt een kort overzicht van de bereikte resultaten Banka-Billiton-Singkep en Malakka over de jaren 1946, 1947 en 1948 uitgedrukt in procenten van de productie van 1941.

Een globale vergelijking van vóór- en naoorlogse jaarproductie van de Aziatische tinproducenten, uitgedrukt in procenten:

|      | Banka | Billiton en Singkep | Malakka |
|------|-------|---------------------|---------|
| 1946 | 9     | 18                  | 11      |
| 1947 | 33    | 29                  | 37      |
| 1948 | 58    | 61                  | 62      |